

Literatuurstudie over

Materiaalbeweging door golven

augustus 1972

H. J. Opdam.

## Inhoud

Inleiding	- 1 -
1. Onderscheid tussen hydraulisch ruwe en vlakke bodem en de overgang tussen laminaire en turbulente stroming	- 2 -
2. Begijn van beweging	- 8 -
3. Ribbels	- 14 -
4. Schuifspanning en snelheidsverdeling in de grenslaag	- 18 -
5. Concentratieverdeling	- 33 -
6. Conducties	- 40 -
Literatuur	- 43 -
Lijst van symbolen	- 47 -

## Inleiding

Deze literatuurstudie naar het onderwerp "materiaalbeweging door golven" heeft niet de pretentie volledig te zijn. Het is slechts een eerste aanzet enige orde te scheppen in de literatuur over dit onderwerp.

Het is een samenvatting van datgene wat een groep Japanners onder leiding van Homma en Horikawa de afgelopen twee jaar aan onderzoek hebben gedaan. De eigen publicaties van deze groep en de essentiële literatuur waar deze groep naar verwees is hier bestudeerd en geordend.

Het karakter van het stroombeeld is van belang voor het verloop van de snelheid, de schuifspanning en de concentratie over de diepte. Allereerst komen dan ook de criteria ter sprake welke door de verschillende onderzoekers worden aangelegd ter onderscheiding van de hydraulisch gladde en ruwe bodem en de overgang van de laminaire naar de turbulente stroom.

Vervolgens worden de criteria voor begin van beweging in beschouwing genomen.

Hierna komen de ribbels aan de orde. Een paar onderzoekers hebben aandacht geschonken aan de stabiele ribbelvorm ten gevolge van golven. Deze ribbels zijn van groot belang voor de materiaalbeweging door golven. De resultaten van de onderzoeken worden vermeld.

Voorts worden de snelheids- en schuifspanningsverdelingen in de grenslagen behandeld, waarna de concentratieverdeling in golven ter sprake komt.

Tot besluit volgen dan enige conclusies uit de bestudeerde literatuur en enige beschouwingen over het verdere verloop van deze studie.

1 Onderscheid tussen hydraulisch ruwe en vlakke bodem en de overgang tussen laminaire en turbulente stroming.

1.1 Onderscheid tussen hydraulisch ruwe en gladde bodem

Rouse (1937) geeft voor stationaire stroming als criterium voor het overgangsgebied van ruwe naar gladde bodem

$$0.4 \leq D / D_L \leq 5 \quad (1.1.1)$$

waarin  $D$  = korrel diameter  
 $D_L$  = dikte van de laminaire grenslaag bepaald door

$$\frac{\hat{u}_B^* D_L}{\nu} = N \leq 11.8$$

Volgens White-Colebrook (1937) wordt het begin van de overgang bepaald door de grote korrels  
De laagste grens van (1.1.1) kan dan gesteld worden op

$$D_{50} / D_L \leq 0.4 \quad (1.1.2)$$

waarin  $D_{50}$  = mediane korrel diameter

Voor een oscillerende bodem komen Li (1954) en Manohar (1955) via observatie van het stroombedd met behulp van kleurstof tot

$$4.02 < \delta / D < 6.54 \quad (1.1.3)$$

als overgang tussen hydraulisch glad en ruw.

$D$  = korrel diameter

$\delta$  = laminaire grenslaag in oscillerende stroom =  $\sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$

Kajiura (1968) [1] onderscheidt drie lagen aan de bodem.  
De turbulente-wisselingscoëfficiënt in de binnenste laag voor ruwe bodem wordt voor de overgang naar gladde bodem gelijk gesteld aan de kinematische viscositeit

Dan geldt

$$D_R / D_L \leq 0.56 \quad (1.1.4)$$

waarin  $D_R$  de dikte van de binnenste laag is bij ruwe bodem.

Aangezien  $D_R \approx D_H/2$  (1.1.5)

gaat (1.1.4) over in

$$D_H/D_L \leq 1 \quad (1.1.6)$$

hetgeen vergelijkbaar is met (1.1.1)

### 1.2. Overgang tussen laminaire en turbulente stroming.

Li (1954) geeft voor een oscillerende bodem de volgende criteria voor de overgang van laminaire naar turbulente stroming:

voor gladde bodem  $\delta/D < 4.02$  :  $\hat{U} \delta/\nu = 566$  (1.2.1)

voor het overganggebied  $4.02 < \delta/D < 6.54$  :  $\hat{U} D/\nu = 104$  (1.2.2)

voor ruwe bodem  $\delta/D > 6.54$  :  $\hat{U} D^{0.2}/\nu = 1.15 \cdot 10^3$  (c.g.s.) (1.2.3)

Kalkanis (1964) stelt dat (1.2.2) echter ook geldt voor ruwe bodem

Vincent (1957) is van mening dat Li (1954) het laminaire gebied voor de ruwe bodem overschut. Hij stelt

voor ruwe bodem :  $\hat{U} = 1.2 D^{-1/2}$  (c.g.s.) (1.2.4)  
 voor  $1 < T < 5$  sec.

Collins (1963) [2] geeft een meer theoretische benadering van het criterium tussen laminaire en turbulente stroom voor een gladde bodem. Voor een laminaire grenslaag kan worden afgeleid :

$$\frac{\delta u}{\delta t} - \nu \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} = \frac{\delta U}{\delta t} \quad (1.2.5)$$

en voor een turbulente grenslaag :

$$\frac{\delta \bar{u}}{\delta t} - \nu \frac{\delta^2 \bar{u}}{\delta z^2} + \frac{\delta \overline{u'w'}}{\delta z} = \frac{\delta U}{\delta t} \quad (1.2.6)$$

De verhouding tussen de derde en de tweede term van (1.2.6) geeft de verhouding weer van de turbulente Reynolds spanningen en de viskeuze schuifspanningen.

Is deze verhouding klein dan is de stroming laminair.  
Is de verhouding groot dan is de stroming turbulent.

Met de oplossing van (1.2.5)

$$u = \hat{U} \left\{ \cos(kx - \sigma t) - e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(kx - \sigma t - \frac{z}{\delta}) \right\} \quad (1.2.7)$$

en met Prandtl's mengweegtheorie

$$\overline{u'w'} = \text{constante} * z^2 \left| \frac{\delta \hat{u}}{\delta z} \right| \left| \frac{\delta \hat{u}}{\delta z} \right| \quad (1.2.8)$$

blijkt de verhouding

$$\frac{\delta (\overline{u'w'}) / \delta z}{-v \delta^2 \hat{u} / \delta z^2}$$

een functie te zijn van

$$\hat{U} \delta / \nu = \left( \frac{\pi}{\nu T} \right)^{1/2} \frac{H}{\sinh kh} = N_R \quad (1.2.9)$$

Nu geldt (1.2.8) echter alleen in het stationaire geval als  $\frac{\delta u}{\delta t} = 0$ . De tijdschaal van de turbulentie  $\delta / \hat{U}$  is echter zo klein t.o.v. de golfperiode dat dit geval beschouwd kan worden als kwasi-stationair.

Het massa-transport door golven op de rand van de grenslaag voor een gladde bodem, door Longuet-Higgins (1953) afgeleid, kan geschreven worden als

$$U_b = \frac{5}{12} H^2 \sigma k / \sinh^2 kh \quad (1.2.10)$$

$N_R$ , gesubstitueerd in (1.2.10) levert

$$U_b L = \frac{5}{4} \pi \nu N_R^2 \quad (1.2.11)$$

Als nu  $U_b$  voor verschillende golven met constante periode en waterdiepte wordt gemeten dan blijkt uit (1.2.10) dat  $U_b$  recht evenredig moet zijn met  $H^2$ , zolang (1.2.10) geldt, dus zolang de stroom laminair is.

Op het moment dat de stroming turbulent wordt geeft (1.2.10) en (1.2.11) niet meer op en zal er een breekpunt te zien zijn in het verband van (1.2.11). Als nu voor andere periode en waterdiepte dit breekpunt optreedt voor hetzelfde getal van Reynolds  $N_R$  dan geeft omgekeerd dit getal van Reynolds de grens tussen laminaire en turbulente stroom.

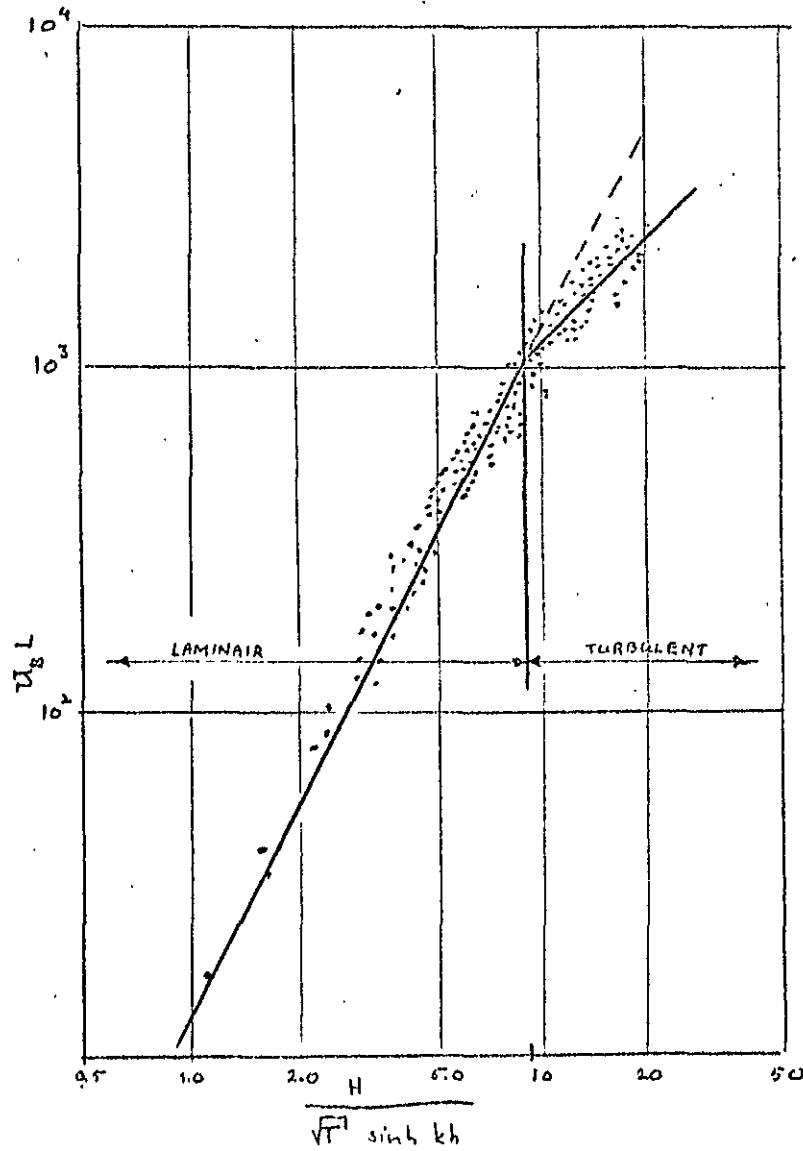
Uit proeven vond Collins (zie Figuur 1.1), dat

$$N_R = 160$$

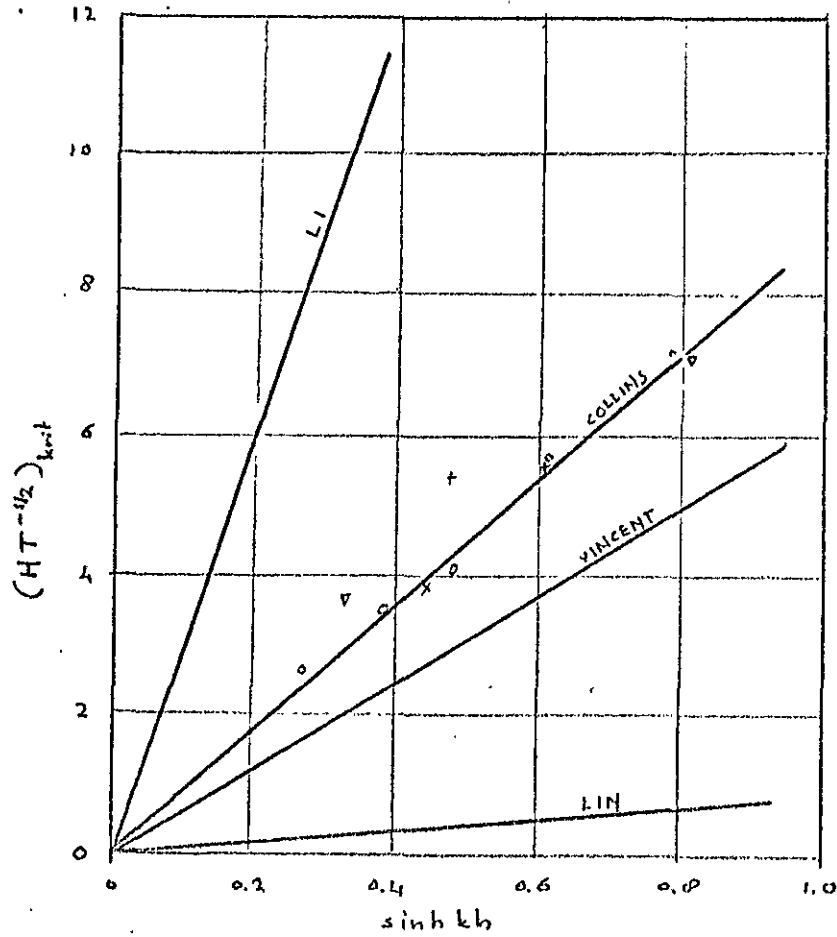
Vervolgens vergelijkt hij zijn criterium met de criteria voor gladde bodem van (zie Figuur 1.2)

- Li (1954) :  $(HT^{-1/2})_{krit} = 31.7 \sinh kh$  (1.2.12)
- Vincent (1957) :  $(HT^{-1/2})_{krit} = 6.34 \sinh kh$  (1.2.13)
- Collins (1963) :  $(HT^{-1/2})_{krit} = 9.15 \sinh kh$  (1.2.14)
- Lin (1955) :  $(HT^{-1/2})_{krit} = 1.22 \sinh kh$  (1.2.15)

Het criterium van Lin is gebaseerd op theoretische overwegingen, het is door Collins bewerkt tot (1.2.15) en geeft de grens aan van de eerste instabiliteit.



Figuur 1.1



figuur 1.2.

De experimenten van Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] zijn gedaan onder duidelijk turbulente omstandigheden maar liggen nog onder het criterium van Collins. Daarom heeft Kishi (1965) [4] het criterium van Vincent aangehouden.

Kajiura (1968) [1] geeft als overgang tussen laminair en turbulent voor zowel gladde als ruwe bodem

$$0.4 \leq \frac{\delta^*}{D_L} \leq 5 \quad (1.2.16)$$

waarin  $\delta^*$  naar analogie van de stationaire turbulente stroom de "wave displacement (thickness)" voorstelt.

$$\hat{U} \delta^* = \text{Amp} \left( \int_0^s (u - U) dz \right) \quad (1.2.17)$$



Criterium (1.2.16) uitgedrukt in twee door Kajiura gegeven getallen van Reynolds

$$R = \hat{U} / \nu D_H = \hat{U} \delta' / \nu, \quad \delta' = \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (1.2.18)$$

$$M = \hat{U} D_H / \nu \quad (1.2.19)$$

levert met de theorie van Kajiura dat het overgangsgebied tussen laminair en turbulent gegeven wordt door

voor gladde bodem  $25 \leq R \leq 650$  (1.2.20)

hetgeen overeenkomt met wat Collins vond  $N_R = 160 = \sqrt{2} R \rightarrow R = 113$  (1.2.21)

voor ruwe bodem  $10^2 \leq M \leq 10^3$  (1.2.22)

De criteria van Li en van Vincent ((1.2.12) en (1.2.13)) voor ruwe bodem komen ongeveer overeen met de laagste limiet van (1.2.22)

Tenslotte maakt Kajiura (1968) [1] nog melding van het onderzoek van Jonsson (1967) die als criterium voor volledig ontwikkelde turbulentie over een ruwe bodem opgeeft

$$\hat{U} \delta'' / \nu \approx 500 \quad (1.2.23)$$

Volgens Kajiura is  $\delta'' = 0.23 \Delta$  (1.2.24)

en  $\hat{u}_0^* \Delta = \text{Amp} \left\{ \int_0^{\delta''} (U-u) dz \right\}$  (1.2.25)

zodat  $\hat{U} \Delta / \nu = 2200$  (1.2.26)

## 2 Begin van beweging

De studies over de kritieke waterdiepte voor het begin van beweging onder golven hebben bijna alle dezelfde formule opgeleverd:

$$\frac{H_0}{L_0} = \alpha \left( \frac{D}{L_0} \right)^n \sinh \frac{2\pi h_{krit}}{L} \cdot \frac{H_0}{H} \quad (2.1)$$

De verschillende onderzoekers echter geven verschillende waarden voor  $\alpha$  en  $n$

	Sato, Kishi 1952	Kurihara Shinohara 1956	Jshihara Sawaragi 1960	Sato Tanaka 1962	
$n$	1/2	1/2	1/4	1/3	
$\alpha$	10.2	1.56 - 2.44	0.171	0.565	1.35
bewegings- patronen	algemene beweging	begin van beweging	begin van beweging	algemene beweging	totale houwing

De verschillen in deze coëfficiënten zijn het gevolg van

- verschil in definities over begin van beweging
- resultaten van proeven onder zeer verschillende omstandigheden
- grenslaag is altijd laminair verondersteld.
- wrijving voor stationaire stromen ook van toepassing geacht op oscillerende beweging

De formule (2.1) en de veronderstellingen suggereren dat de modelwet van Froude altijd zou gelden voor de zandbeweging door golven in model en prototype. De formule (2.1) is nil het resultaat van modelproeven en wordt zonder een corrigerende schaalfactor toegepast op het prototype. Mada en Iho (1964) komen hierin tegemoet doordat de parameter  $\beta H_0$  wordt ingevoerd, waarin

$$\beta = \delta^{-1} = \sqrt{\delta/2V} \quad (2.2)$$

Horikawa en Watanabe (1967) [5] zijn van mening dat de bovengenoemde onderzoeken slechts hun geldigheid vinden in een zeer beperkt gebied.

Ze hebben een andere formule opgesteld en daarbij de bodemwrijving en de grenslaagcondities in beschouwing genomen naar aanleiding van het model van Kajiwara (1964) [6]

De kritieke situatie voor het begin van beweging wordt gegeven door de evenwichtssituatie van de krachten:

$$(\rho_m - \rho) \frac{\pi}{6} g D^3 \tan \varphi = \rho_m K \frac{\pi}{4} D^2 \hat{f} \hat{U}^2 \quad (2.3)$$

waarin  $K$  = vormfactor  
 $\hat{f}$  = wrijvingscoëfficiënt  
 $\varphi$  = evenwichtshoek van korrel in water  
 $\rho_m$  =  $\rho$  van het materiaal van de korrel.

De verticale tilkracht en de horizontale traagheidskracht zijn verwaarloosbaar in (2.3) als de verhouding  $D/H$  klein is, zoals o.a. door Iijhara en Sawaragi (1960) is aangetoond.

Formule (2.3) wordt herschreven als

$$\hat{f} = \frac{2}{3K} \cdot \frac{\Delta \rho g D \tan \varphi}{\hat{U}^2} \quad (2.4)$$

waarin  $\Delta \rho = \frac{\rho_m - \rho}{\rho}$  (2.5)

De amplitude van de wrijvingscoëfficiënt, -zo wordt verondersteld-, kan uitgedrukt worden als een functie van

$\hat{U} D / \nu$  en  $\hat{U} \delta / \nu$ :

$$\hat{f} = a \left( \frac{\hat{U} D}{\nu} \right)^p \left( \frac{\hat{U} \delta}{\nu} \right)^q \quad (2.6)$$

met  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\sigma}}$  (2.7)

(2.7) in (2.6) geeft

$$\hat{f} = a \left( \frac{\hat{U} D}{\nu} \right)^p \left[ \hat{U} \left( \frac{2}{\nu \sigma} \right)^{1/2} \right]^q \quad (2.8)$$

Als de bodem ruw is en de grenslaag volledig turbulent, dan kan het effect van de kinematische viscositeit verwaarloosd worden. Dan volgt uit (2.8)

$$p = - \frac{9}{2} \quad (2.9)$$

$$\hat{f} = a \left( \frac{2 \hat{U}}{\sigma D} \right)^{9/2} \quad (2.10)$$

Als de grenslaan laminair is en de kinematische viscositeit verreweg de belangrijkste factor is, dan volgt

$$P \ll q \quad (2.11)$$

en

$$\hat{f} = a \left( \frac{\hat{U} \delta}{\nu} \right)^q \quad (2.12)$$

Formule (2.10) in (2.6) levert met

$$L_0 = \frac{3T^2}{2\pi} \quad (2.13)$$

formule (2.1) op als

$$\frac{2+q}{4+q} = 17 \quad \text{en} \quad \left( \frac{4 \Delta_p D \ln \varphi}{3K a \pi} \right)^{\frac{2}{4+q}} = \alpha \quad (2.14)$$

$\hat{f}$  is gedefinieerd door

$$\tau_B / \rho = \hat{f} \hat{U} U \quad (2.15)$$

Kajiura (1964) [6] definieerde

$$\tau_B / \rho = C \frac{\delta}{3\pi} \hat{U} U \quad (2.16)$$

zodanig

$$\hat{C} \propto \hat{f} \quad (2.17)$$

Kajiura geeft  $\hat{C}$  als een functie van

en van  $\frac{\hat{U}}{\sigma z_0}$  voor ruw-turbulent stroombeeld  
 $\frac{\hat{U} \delta}{\nu}$  voor laminair of glad-turbulent stroombeeld

$$\text{ruw-turbulent} \quad \hat{C} = a' \left( \frac{\hat{U}}{\sigma z_0} \right)^q \quad (2.18)$$

$$\text{glad-turbulent} \quad \hat{C} = a'' \left( \frac{\hat{U} \delta}{\nu} \right)^q \quad (2.19)$$

$$\text{laminair} \quad \hat{C} = 3\sqrt{2} \frac{\pi}{\delta} \left( \frac{\hat{U} \delta}{\nu} \right)^{-1} \quad (2.20)$$

Er geldt dus uit (2.17) en (2.4)

$$\hat{C} \propto \hat{f} \propto \Delta_p D \ln \varphi / \hat{U}^2 \quad (2.21)$$

opwel

$$\frac{\Delta_p D \ln \varphi / \hat{U}^2}{\hat{C}} = K_1 \quad (2.22)$$

waarin

$K_1$  constant is.

Nu zijn er proeven gedaan onder verschillende omstandigheden en bij de kritieke situatie van begin van beweging of algemene beweging is de waarde van

$$\Delta_{gs} D \tau_{cp} / \hat{U}^2 \text{ uitgezet tegen}$$

en tegen  $\hat{U}/\sigma z_0$  voor ruw-turbulente stroom  
 $\hat{U}\sigma/\nu$  voor glad-turbulente en laminaire stroom.

$K_1$  kan nu zo gekozen worden dat (2.22) met behulp van (2.18), (2.19) of (2.20) het best aan de metingen voldoet

Zo blijkt  $K_1 = 7.5$  voor laminaire stroom en voor glad-turbulente stroomconditie voor begin van beweging.

Verondersteld dat  $K_1 = 7.5$  ook geldt voor ruw-turbulente omstandigheden dan blijft uit (2.18) en (2.22) en uit de waarnemingsresultaten dat voor de beste overeenkomst voor begin van beweging moet gelden

$$\hat{U}/\sigma z_0 \approx 4 \hat{U}/\sigma D \tag{2.23}$$

zodant  $z_0 = \frac{1}{4} D \tag{2.24}$

Voor het geval van algemene beweging blijkt te gelden

$$K_1 = 11 \text{ en } \frac{z_0}{D} = \frac{1}{7} \tag{2.25}$$

In deze bewerking is aangenomen dat  $\tau_{cp} = 1$  en  $K_1$  is constant.

De gevonden verhoudingen tussen de ruwheid en de korrel diameter

$$\frac{z_0}{D} = \frac{1}{4}, \frac{1}{7}$$

voor respectievelijk begin van beweging en algemene beweging komen goed overeen met wat Jourson (1963) [7] vond

$$\frac{z_0}{D} = \frac{1}{8}$$

Aan de andere kant heeft Zingg (1952) uit proeven met zand in een windtunnel gevonden

$$z_0 = 0.001 \log(D/0.10) \tag{2.26}$$

waarbij  $z_0$  en  $D$  in mm.

Dit dekt een groot scala van diameters zand:

fijn zand Bagnold  $z_0/D = 1/30$ , ook Kajima (1964) [1] gebruikt  
groot zand White  $z_0/D = 1/9$

Formule (2.1) kan met behulp van de tabel en (2.4) en (2.10) etc. herschreven worden als

Sato, Kishi 1952  $\Delta_p g D \ln \varphi / \hat{U}^2 = 0.0105$  (2.27)

Kurihara  
Shinohara 1956  $\Delta_p g D \ln \varphi / \hat{U}^2 = 0.262$  (2.28)

Ishihara  
Sawaragi 1960  $\Delta_p g D \ln \varphi / \hat{U}^2 = 6.96 (\hat{U}/\delta D)^{-4/3}$  (2.29)

Sato, Tanaka 1962  
algemene bew.  $\Delta_p g D \ln \varphi / \hat{U}^2 = 1.66 (\hat{U}/\delta D)^{-1}$  (2.30)

totale bew  $\Delta_p g D \ln \varphi / \hat{U}^2 = 0.472 (\hat{U}/\delta D)^{-1}$  (2.31)

Formule (2.6) in (2.4) geeft een algemene formule voor de kritieke diepte voor het begin van beweging door golven

ruw-turbulent stroombeeld

$$\frac{H_0}{L_0} = \left( \frac{4 \Delta_p \ln \varphi}{3 K a \pi} \right)^{\frac{2}{4+9}} \left( \frac{D}{L_0} \right)^{\frac{2+9}{4+9}} \sinh \frac{2\pi h_{krit}}{L} \cdot \frac{H_0}{H} \quad (2.32)$$

glad-turbulent stroombeeld

$$\frac{H_0}{L_0} = \left( \frac{4 \Delta_p \ln \varphi}{3 K a \pi} \right)^{\frac{1}{2+9}} \left( \frac{\delta}{L_0} \right)^{\frac{9}{2+9}} \left( \frac{D}{L_0} \right)^{\frac{1}{2+9}} \sinh \frac{2\pi h_{krit}}{L} \cdot \frac{H_0}{H} \quad (2.33)$$

laminair stroombeeld

$$\frac{H_0}{L_0} = \left( \frac{4 \Delta_p \ln \varphi}{3 K a \pi} \right) \left( \frac{L_0}{\delta} \right) \left( \frac{D}{L_0} \right) \sinh \frac{2\pi h_{krit}}{L} \cdot \frac{H_0}{H} \quad (2.34)$$

Kajiura (1968) [1] gaat uit van

$$\hat{\tau}_B / \rho \Delta_p g D \ln \varphi = I \quad (2.35)$$

Voor een stationaire stroom schijnt  $I = f(u^* D/\nu)$  en voor grote waarden van  $u^* D/\nu$  is  $I$  praktisch constant.

Voor kleine waarden van  $u^* D / \nu$  loopt  $I$  geleidelijk op tot 0.15  
 Voor  $u^* D / \nu \leq 12$  bereikt  $I$  een minimum van 0.03  
 Voor grotere waarden van  $u^* D / \nu$  loopt  $I$  weer op tot 0.05.

Formule (2.35) wordt

$$\frac{\Delta_{ps} D}{\hat{U}^2} = \frac{\hat{C}}{I} \tag{2.36}$$

Voor row-turbulent stroombeeld geldt volgens Kajiwra (1968)

$$\hat{C} = 0.6 (\sigma z_0 / \hat{U})^{1/2} \text{ voor } 3 \times 10^2 < \hat{U} / \sigma z_0 < 10^4 \tag{2.37}$$

(2.37) in (2.36) levert met  $D = 30 z_0$

$$\Delta_{ps} D / \hat{U}^2 = \left( \frac{0.11}{I} \right) \left( \frac{\hat{U}}{\sigma D} \right)^{-1/2} \tag{2.38}$$

Een empirische Formule van Bagnold (1946) heeft dezelfde gedaante als (2.38)

Ook de Formule van Sato en Tanaka (1962) is volgens Kajiwra te schrijven in de gedaante van (2.38). Dit volgt echter niet uit de omwerking die Horikawa en Watanabe (1967) [5] hebben gegeven in (2.30).

De Formules van Horikawa en Watanabe, (2.32) (2.33) en (2.34), zijn gebaseerd op Kajiwra (1964) [6].

De gebruikte formule voor  $\hat{C}$  was echter niet geldig voor kleine waarden van  $\hat{U} / \sigma z_0$ , zodat die Formules aangepast zouden moeten worden aan de resultaten van Kajiwra (1968) [1].

De door Kajiwra gevonden overeenstemming van (2.38) met de metingen is redelijk, althoewel de waarden van  $I$  aangepast kan worden om de overeenstemming zo goed mogelijk te maken.

### 3. Ribbels

In de bestudeerde literatuur wordt het begin van ribbelvorming niet in beschouwing genomen. Slechts de gestabiliseerde ribbels worden onderzocht

Homma en Horikawa (1962) [8] stellen op grond van een dimensie-analyse dat de gestabiliseerde ribbel wordt gegeven door

$$\varphi \left( \frac{\eta}{\lambda}, \frac{\lambda}{d_0}, \frac{\eta}{d_0}, \frac{\hat{U} d_0}{v}, \frac{w_0 D_{s0}}{v} \right) \quad (3.1)$$

waarin

$\eta$  = ribbelhoogte

$\lambda$  = ribbellengte

$d_0$  = maximale horizontale afstand die een deeltje aflegt door de orbitale beweging aan de bodem.

$w_0$  = valsnelheid

Bij een neer achter een cylinder in een stationaire stroom wordt de frequentie van het loslaten van de voren gegeven door het getal van Strouhal

$$S = n \frac{D_b}{U_0} \quad (3.2)$$

$D_b$  = diameter van de cylinder

$U_0$  = stroomsnelheid van de stationaire stroom

$n$  = frequentie

Het getal van Strouhal is een functie van  $\frac{U_0 D_b}{v}$  en praktisch constant voor grote waarden van dit Reynolds getal.

Naar analogie hiervan stellen Homma en Horikawa dat  $\frac{\eta}{d_0}$  een functie moet zijn van  $\frac{\hat{U} \eta}{v}$

Hier toe nemen ze aan

$$n = \sigma = \frac{2\pi}{T} \quad D_b = 2\eta \quad U_0 = \hat{U}, \text{ zodat}$$

$$S = 4 \frac{\eta}{d_0} \text{ een functie moet zijn van } \frac{\hat{U} 2\eta}{v} \quad (3.3)$$

Aan de andere kant veronderstellen ze dat de ruimte tussen twee opeenvolgende ribbels in beslag genomen wordt door één wervel. De grootte van deze wervel zou een functie moeten zijn van  $\frac{\hat{U} \eta}{v}$ , analoog aan de grootte van een neer achter een vast lichaam die een functie is van  $\frac{U_0 D_b}{v}$

dus  $\frac{\eta}{\lambda}$  een functie van  $\frac{\hat{U} 2\eta}{v}$  (3.4)



Mit (3.3) en (3.4) volgt dat er een verband moet bestaan tussen

$$\eta/d_0 \text{ en } \eta/\lambda \quad (3.5)$$

Uit de analyse van de prototype waarnemingen van Inman (1962) blijkt dat

$$d_0/\lambda > 1 \quad (3.6)$$

Uit deze prototype waarnemingen en de metingen van Scott (1954) en van Homma en Horikawa (1962) schijnt dat de ribbels een maximale steilheid kunnen bereiken van

$$\eta/\lambda = 1/2 \ln \varphi_R \quad (3.7)$$

Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] zetten deze studie voort met een schatting van de zandribbelschaal

De relaties tussen  $\eta/\lambda$  en  $\eta/d_0$  en die tussen  $d_0/\lambda$  en  $U d_0/v$  voor verschillende  $D_{50}$  worden uit de proefresultaten berekend

De nauwkeurigheid is echter erg gering aangezien de gestabiliseerde niet een keurig sinusvormig verloop heeft. Men rekent met de gemiddelde waarden van  $\eta$  en  $\lambda$ , terwijl de spreiding erg groot kan zijn.

$$\frac{\eta}{\lambda} = 0.271 \left( \frac{\eta}{d_0} \right)^{0.160} \quad (3.8)$$

ofwel 
$$\frac{\eta}{\lambda} = 0.175 \left( \frac{\lambda}{d_0} \right)^{0.190} \quad (3.9)$$

en 
$$\frac{d_0}{\lambda} = \alpha'_{D_{50}} \left( \frac{U d_0}{v} \right)^{\beta'_{D_{50}}} \quad (3.10)$$

ofwel 
$$\frac{d_0}{\lambda} = \alpha T^{\beta} d_0^{\gamma} \quad (3.11)$$

met

$D_{50}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
100 - 200 $\mu$	8.85	0.674	- 0.348
200 - 300 $\mu$	1.93	0.289	0.422
300 - 400 $\mu$	3.76	0.409	0.182

Nu is voor iedere golf uit (3.9) en (3.11) de stabiele ribbelvorm te bepalen.

Voor het gebruik van (3.9) en (3.11) dient men zich wel te realiseren dat

- beneden een zekere waarde van  $d_0$  er een knik optreedt in het verband tussen  $\lambda$ ,  $T$  en  $d_0$ . De nauwkeurigheid van de bepaling van  $\lambda$  wordt dan nog veel geringer
- de waarden van  $\eta$  en  $\lambda$  zijn slechts gemiddelden en kunnen een grote spreiding vertonen.
- het criterium voor ribbelforming is niet in beschouwing genomen.

Homma, Horikawa en Kajima laten op precies dezelfde manier als Collins (1963) [2] zien dat

$$\frac{\hat{U} d_0}{\nu}$$

een maat is voor de turbulentiegraad (zie 1.2.)

Horikawa en Watanabe (1967) [5] proberen aan te tonen dat de reeds in het werk van Homma en Horikawa (1962) [8] genoemde parameter

$$\frac{w_0 D_{50}}{\nu}$$

van belang is voor de ribbelforming

Daartoe hebben ze proeven gedaan met polystyreenkorrels

$$\rho_m = 1210$$

$$D_{50} = 0.511 \text{ mm}$$

$$\phi_R = 18^\circ$$

Ze vinden dan het verband tussen  $\frac{d_0}{\lambda}$  en  $\frac{\hat{U} d_0}{\nu}$  als

$$\frac{d_0}{\lambda} = 0.0795 \left( \frac{\hat{U} d_0}{\nu} \right)^{0.332} \quad (3.12)$$

Om dit te kunnen vergelijken met het eerder gevonden verband voor zand (3.10) stellen ze dat

$$\frac{w_0 D_{50}}{\nu}$$

voor de te vergelijken gevallen, zand en polystyreenkorrels, hetzelfde moet zijn.

Voor het berekenen van de valnelheid gebruiken ze de formule van All

$$w_0 = \left\{ \frac{4}{225} \frac{\Delta^2 g^2}{\nu} \right\}^{1/3} D \quad (3.13)$$

Uit (3.12) en  $\left( \frac{w_0 D_{50}}{\nu} \right)_{\text{zand}} = \left( \frac{w_0 D_{50}}{\nu} \right)_{\text{polystyreen}}$  volgt dan

dat de equivalente zanddiameter gelijk is aan

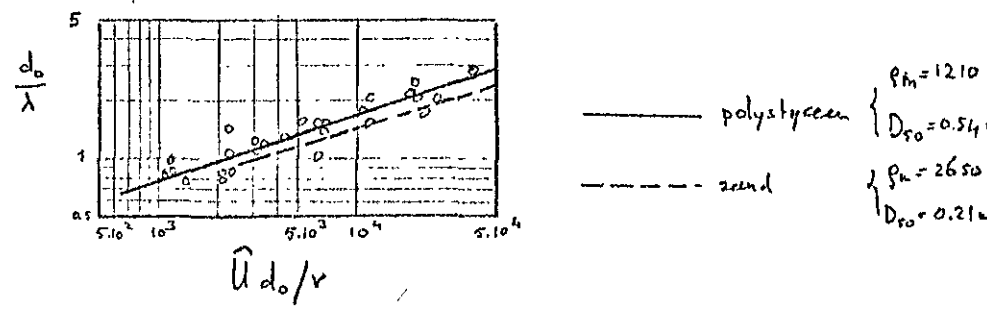
$$D_{50} = 0.21 \text{ mm}$$

Het verband van (3.10) is voor  $D_{50} = 200 \mu$  gevonden als

$$\frac{d_0}{\lambda} = 0.0985 (\hat{U} d_0 / \nu)^{0.289} \quad (3.14)$$

Afgezien van de spreiding in de metingen is de overeenkomst tussen (3.12) en (3.14) redelijk (zie Figuur 3.1.)

Figuur 3.1



Uit deze beschouwing concluderen Horikawa en Watanabe dat de parameter

$$\frac{w_0 D_{50}}{\nu}$$

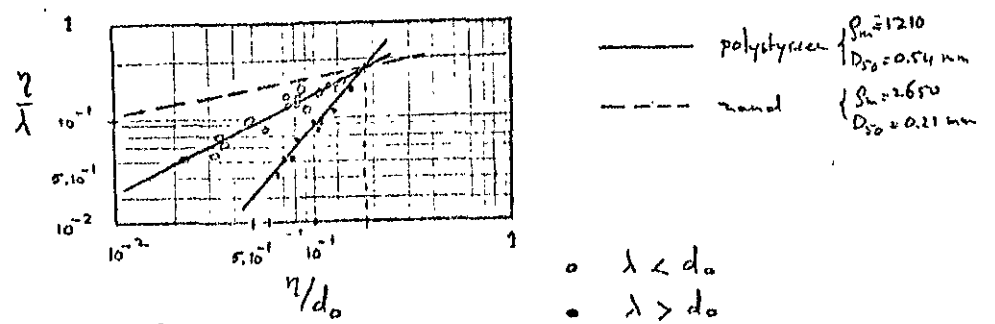
van belang is voor de ribbelvorming en voor de stabiele ribbelvorm.

Bij polystyreenkorrels blijkt dat  $\frac{d_0}{\lambda} < 1$  kan zijn. Dit kan verklaard worden door het feit dat zand en polystyreen hun eigen kritieke voorwaarden voor ribbelvorming hebben.

Voor de polystyreenkorrels blijken er dan twee verbanden te zijn tussen  $\eta/\lambda$  en  $\eta/d_0$  voor  $\lambda \leq d_0$ . Voor zand is slechts een lijn te vinden.

Het snijpunt van de twee lijnen voor de polystyreenkorrels lijkt de maximale waarde te geven van  $\eta/\lambda$ . Dit snijpunt (zie Fig. 3.2) komt overeen met

$$\frac{\eta}{\lambda} = \frac{1}{2} \tan^2 \phi_R \quad (3.15)$$



Figuur 3.2

#### 4. Schuifspanning en snelheidsverdeling in de grondslag

4.1.1. Kajiwara (1964) [6] veronderstelt dat de beweging voornamelijk horizontaal, eendimensionaal is en dat het water homogeen is met constante diepte.

De gelineariseerde bewegingsvergelijking is dan

$$\frac{\delta u}{\delta t} = -g \frac{\delta \zeta}{\delta x} + \frac{\delta \tau / g}{\delta z} \quad (4.1.1)$$

Bovendien geldt

$$-g \frac{\delta \zeta}{\delta x} = \frac{\delta U}{\delta t} \quad (4.1.2)$$

(4.1.1) en (4.1.2) leveren dan

$$\frac{\delta}{\delta t} (u - U) = \frac{\delta \tau / g}{\delta z} \quad (4.1.3)$$

Formule (4.1.3) wordt gemiddeld over de hoogte

$$\frac{\delta}{\delta t} (\bar{u} - U) = \frac{1}{gh} (\tau_{opp} - \tau_B) \quad (4.1.4)$$

met

$$\left. \begin{aligned} \tau_{opp} &= 0 \\ \frac{\delta U}{\delta z} &= 0 \quad \text{voor } 0 < z < h \\ \bar{u} &= \frac{1}{h} \int_0^h u dz \end{aligned} \right\} \quad (4.1.5)$$

De continuïteitsvergelijking luidt:

$$\frac{\delta \bar{u}}{\delta x} = -\frac{1}{h} \frac{\delta \zeta}{\delta t} \quad (4.1.6)$$

Nu definieert Kajiwara de schuifspanningssnelheid aan de bodem

$$\tau_B / g = |u_B^*| u_B^* \quad (4.1.7)$$

Als verondersteld wordt dat  $u_B^*$  een sinusvormig verloop heeft in de tijd en (4.1.7) wordt gelineariseerd, dan volgt

$$\tau_B / g = \hat{u}_B^* \hat{u}_B^* \quad (4.1.8)$$

waarin

$$\hat{u}_B^* = \frac{p}{3\pi} \hat{u}_B^* \quad (4.1.9)$$

In het linearisierungsproces van (4.1.7) is gesteld dat de arbeid, verricht door (4.1.7) per periode, gelijk is aan de arbeid, verricht door (4.1.8) per periode.

Naar analogie van een stationaire turbulente stroom wordt nu gedefinieerd

$$\tau/\rho = \epsilon \frac{\delta u}{\delta z} \quad (4.1.10)$$

Op grond van dimensieanalyse moet gelden.

$$\epsilon \propto v'^2 \frac{1}{2} l$$

Nu wordt verondersteld  $l \propto \kappa z'$

$$\frac{1}{2} v'^2 \propto u_B^*$$

zodat gesteld wordt

$$\epsilon = \kappa u_B^* (z + z_0) \quad (4.1.11)$$

waarin

$z_0 =$  ruwheidslengte voor ruwe bodem of  $z_0 = \delta_L$  voor gladde bodem.

Met

$$u^* = \frac{\tau}{\rho u_B^*} \quad (4.1.12)$$

wordt (4.1.10)

$$\delta u / \delta z = u^* / \kappa (z + z_0) \quad (4.1.13)$$

In de veronderstelling dat

$$u^* = \hat{u}^* e^{i\sigma t} \quad (4.1.14)$$

kan (4.1.3) met behulp van (4.1.14) geschreven worden als

$$\frac{\delta^2 u^*}{\delta z'^2} - \frac{i\sigma}{\epsilon} u^* = 0 \quad (4.1.15)$$

waarin

$$z' = z + z_0$$

4.1.2. Voor ruwe bodem en turbulente stroom is (4.1.15) nu oplosbaar met de randvoorwaarde

$$u^* = 0 \quad \text{als} \quad z = h \quad (4.1.16)$$

De oplossing bestaat uit een samenstel van Bessel- en Neumannfuncties, die getabelleerd zijn

De formule voor  $\tau$  kan dan gevonden worden uit (4.1.8) terwijl uit (4.1.10) de formule voor  $u$  afgeleid kan worden als een functie, bestaande uit Bessel- en Neumannfuncties.

De wrijvingscoëfficiënt  $C$  wordt nu gedefinieerd door

$$\tau_B / \rho = \hat{u}_B^* u_B^* = C \frac{\rho}{3\pi} \hat{u} \bar{u} \quad (4.1.17)$$

Voor kleine waarden van

$$2 \sqrt{\frac{\sigma (h+z_0)}{\kappa \hat{u}_B^*}}$$

blijkt

$$C = f\left(\frac{h}{z_0}\right) \quad (4.1.18)$$

onafhankelijk van  $T$  en  $H$ .

Dit is analoog aan een stationaire stroom.

Als  $2 \sqrt{\frac{\sigma (h+z_0)}{\kappa \hat{u}_B^*}} \gtrsim 3$

dan volgt

$$C = f\left(2 \sqrt{\frac{\sigma z_0}{\kappa \hat{u}_B^*}}\right) \quad (4.1.19)$$

dus onafhankelijk van  $h$ , maar wel afhankelijk van  $T$ .

In het algemeen blijkt

$$\hat{C} = f\left(\frac{\bar{u}}{\sigma h}, \frac{h}{z_0}\right) \quad (4.1.20)$$

Uitgedrukt in  $\hat{u}/\sigma h$  dan blijkt dat

bij  $\hat{u}/\sigma h < 10^2$

de versnellingssterm in de bewegingsvergelijking de wrijvingssterm overheerst zoals bij de normale zwaartekrachtsgolven;

bij  $\hat{u}/\sigma h > 10^5$

de golf in evenwicht is tussen de drukgradiënt en de wrijving

4.1.3. Voor een gladde bodem en turbulente stroom moet een laminaire sublaag worden onderscheiden.  
 Boven deze laminaire sublaag geldt de oplossing voor de turbulente stroom zoals volgt uit 4.1.2.  
 In de laminaire sublaag mag gesteld worden

$$\varepsilon = \nu \quad (4.1.21)$$

$$\nu \frac{u_B}{z_0} \approx \frac{u_B^*}{u_B^*} u_B^* \quad (4.1.22)$$

zodat

$$\frac{u_B}{u_B^*} \approx \frac{u_B^* z_0}{\nu} = N \quad (4.1.23)$$

N is naar analogie met de stationaire stroom gesteld op

$$N = 11.6$$

Met de Reynolds getallen gedefinieerd als

$$L = \frac{u_B^* h}{\nu}; \quad M = \frac{u_B^* \delta}{\nu} \quad (4.1.24)$$

blijkt dat

$$C = f(L)$$

analoog aan de stationaire stroom als

$$\frac{h}{\delta} < 0.2 \sqrt{L}$$

en

$$C = f(M) \quad \text{als}$$

$$\frac{h}{\delta} > 0.6 \sqrt{L}$$

Uitgedrukt in  $\bar{u}$ , met

$$L^* = \frac{\bar{u} h}{\nu}; \quad M^* = \frac{\bar{u} \delta}{\nu} \quad (4.1.25)$$

volgt dat

$$C = f(L^*)$$

analoog aan de stationaire stroom als

$$\frac{h}{\delta} < \sqrt{L^*}$$

en

$$C = f(M^*) \quad \text{als}$$

$$\frac{h}{\delta} > \sqrt{L^*}$$

Voor een volledig laminaire stroom geldt

$$\varepsilon = \nu$$

voor de gehele diepte, en kan vergelijking (4.1.15) geschreven worden als

$$\frac{\delta^2 \tau/\rho}{\delta z^2} - \frac{i\sigma}{\nu} \tau/\rho = 0 \quad (4.1.2)$$

Ook dit geval is direct oplosbaar en dan blijkt dat

als  $\frac{h}{\delta}$  klein is

$$C = 3/L^*$$

als  $\frac{h}{\delta}$  groot is

$$C = \frac{\sqrt{2} e^{i\pi/4}}{M^{**}}$$

4.2.1 Kajiura (1968) [1] komt terug op zijn rapport van 1964 met een gewijzigde definitie van  $C$  en  $\tau$  en waarin (4.1.3) niet meer wordt gemiddeld over de hoogte. Hij veronderstelt dat het turbulentiepatroon analoog is aan dat in het geval van een stationaire stroming.

Er wordt gedefinieerd

$$\hat{\tau}_0/\rho = \hat{u}_B^{**2} \quad (4.2.1)$$

$$\tau/\rho = \hat{u}_B^* u_B^* \quad (4.2.2)$$

"wave displacement thickness"  $\delta^*$

$$\hat{U} \delta^* = \text{Amp} \left\{ \int_0^{\delta} (U-u) dz \right\} \quad (4.2.3)$$

"scale of defect layer"  $\Delta$

$$\hat{u}_B^* \Delta = \text{Amp} \left\{ \int_0^{\delta} (U-u) dz \right\} \quad (4.2.4)$$

$$\tau_0/\rho = C \hat{U} U \quad (4.2.5)$$



Voorts is verondersteld

$$U = \hat{U} e^{i\sigma t} \quad (4.2.6)$$

$$\bar{u} = \hat{u} e^{i(\sigma t + \varphi)} \quad (4.2.7)$$

$$\tau_B = \hat{\tau}_B e^{i(\sigma t + \theta)} \quad (4.2.8)$$

Hiermee kan worden afgeleid dat

$$\hat{\tau}_B / \rho = \hat{U} \sigma \delta^* = \hat{u}_B^* \sigma \Delta \quad (4.2.9)$$

$$\text{en} \quad \delta^* = \hat{C} \hat{U} / \sigma = \hat{C}^{1/2} \hat{u}_B^* / \sigma \quad (4.2.10)$$

$$\Delta = \hat{u}_B^* / \sigma = \hat{C}^{1/2} \hat{U} / \sigma \quad (4.2.11)$$

Nu levert (4.2.9) met (4.1.2)

$$\delta^* \text{ Amp } \left\{ \frac{\delta p}{\delta x} \right\} / \hat{\tau}_B = 1 \quad (4.2.12)$$

In ondiep water gaat  $\delta^* \rightarrow h$  en geldt

$$\hat{\tau}_B \approx h \text{ Amp } \left\{ \frac{\delta p}{\delta x} \right\} \quad (4.2.13)$$

zoals in een stationaire stroming

In diep water wordt  $\frac{\delta^*}{h}$  klein.

Dit wordt door Kajiwra (1960) in beschouwing genomen. Voor het geval van ondiep water zou Ci beter te definiëren zijn geweest met behulp van  $\bar{u}$ , zoals door Kajiwra in 1964 is gedaan, in plaats van door  $U$ .

Met de aanname (4.1.10) gaat (4.1.3) weer over in (4.1.15)

4.2.2. Voor een laminaire oscillerende beweging in diep water over een gladde bodem. geldt

$$E = v \tag{4.2.14}$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 \text{ als } z=0 \\ \tau &= 0 \text{ als } z=\delta \end{aligned} \right\} \tag{4.2.15}$$

dan blijkt  $u^*/u_0^* = e^{-\beta_L z}$  (4.2.16)

$$\beta_L = \sqrt{\frac{\rho}{\nu}} e^{i\pi/4} \tag{4.2.17}$$

$$(U-u)/U = e^{-\beta_L z} \tag{4.2.18}$$

$$\tau_0/\rho = U \sqrt{\frac{\nu}{\rho}} e^{i\pi/4} \tag{4.2.19}$$

$$\delta^* = \delta_L = \sqrt{\frac{\nu}{\rho}} \tag{4.2.20}$$

$$R = \hat{U} \delta_L / \nu \tag{4.2.21}$$

$$C = e^{i\pi/4} / R \tag{4.2.22}$$

In dit geval geldt dus dat

$$C = f(R)$$

Nu wordt verwacht dat ook in het geval van een ruwe bodem de wrijvingscoëfficiënt alleen een functie zal zijn van een bepaald getal van Reynolds

$$C = f(\hat{U} / \sigma D_H)$$

Om dit nu te gaan maken eerst veronderstellingen gemaakt worden over  $\epsilon$ .

Kajiura (1968) onderscheidt drie lagen:

- inner layer
- overlap layer
- outer layer

4.2.3 In het geval van een turbulente stroom over een gladde bodem neemt Kajiura aan dat

$$E = \begin{cases} \kappa \hat{u}_B^* z & 0 \leq z \leq D_L \\ K_d = \kappa \hat{u}_B^* d = K \hat{U} \delta^* & D_L \leq z \leq d \\ & d \leq z \leq \delta \end{cases} \quad (4.2.23)$$

waarin de dikte van de laminaire sublaag bepaald wordt door

$$\hat{u}_B^* D_L / \nu = N$$

De analogie met de stationaire turbulente stroom stelt dan dat

$$N \approx 12, \quad \kappa = 0.4, \quad K = 0.02 \quad (4.2.24)$$

zodat 
$$d/\Delta = K/\kappa = 0.05 \quad (4.2.25)$$

De tweede laag, de overlap layer, verdwijnt als  $D_L = d$  en dit gaat over in

$$R^2 = \kappa N / K \hat{C} \quad (4.2.26)$$

ofwel met (4.2.22)  $R \approx 240$

4.2.4. Voor een turbulente stroom over een ruwe bodem is er geen laminaire sublaag meer en speelt de bodemruwheid  $z_0$  of Nikuradse's parameter  $D_N$  een rol. Gewoonlijk wordt gesteld

$$E = \kappa \hat{u}_0^* z \quad 0 < z < d \quad (4.2.27)$$

Dit echter geldt slechts als

$$\left(\frac{\delta^*}{D_N}\right)^2 \gg 1$$

Kajiura sluit ook het andere geval in en formuleert dan

$$E = \begin{cases} \kappa \kappa \hat{u}_B^* D_R & 0 < z < D_R \\ \kappa \hat{u}_B^* z & D_R < z < d \\ K_d = \kappa \hat{u}_B^* d = K \hat{U} \delta^* & z > d \end{cases} \quad (4.2.28)$$

Uit de eis dat voor  $\left(\frac{\delta^*}{D_N}\right)^2 \gg 1$  het snelheidsprofiel boven  $D_R$  afgeleid met behulp van (4.2.27) samenvalt met dat afgeleid met behulp van (4.2.28 a en b) volgt :

$$1/\alpha = \ln(D_R/z_0) \quad (4.2.29)$$

Aangezien  $D_R = D_W/2 = 15 z_0$  (4.2.30)

volgt dat  $1/\alpha = \ln 15 = 2.708$  (4.2.31)

Als  $\delta^*/D_R$  klein is wordt  $C$  beheerst door  $\epsilon$

In (4.2.20), (4.2.21) en (4.2.22) voor  $v$  ingevuld

$$v = \alpha \chi \hat{u}_0^* D_R \quad (4.2.32)$$

dan is  $C = \left\{ \alpha \chi \sigma D_R / \hat{u} \right\}^{2/3} e^{i\pi/4}$  (4.2.33)

Dit geldt voor	$\delta^*/D_R < 1$	}	
ofwel	$\hat{u}/\sigma D_R < (\alpha \chi)^{-2}$		
ofwel	$\hat{u}/\sigma z_0 < 685$		

De overlap layer verdwijnt als  $\frac{d}{D_R} < 1$

Dit geeft	$\hat{u}/\sigma D_R < \chi/K\epsilon^{1/2}$	}	
ofwel	$\hat{u}/\sigma D_R < 10^3$		

4.2.5. Met behulp van deze hypothetische waarden voor  $\epsilon$  is het snelheids- en schuifspanningsprofiel uit te rekenen met de randvoorwaarden

$$\begin{aligned} u &= 0 & \text{op} & z=0 \\ u^* &= 0 & \text{op} & z=\infty \end{aligned}$$

en de overgangsvoorwaarden op  $z = D_L, D_R$  en  $z = d$ , dat daar namelijk  $u$  en  $u^*$  continu zijn

Mit (4.1.10) volgt dat de overgangsvoorwaarde, dat  $u$  continu is, ook te schrijven is als de eis dat

$$\frac{\delta u^*}{\delta z} \text{ is continu}$$

De oplossingen zijn samengesteld uit Bessel- en Hankelfuncties voor de turbulente stroom over zowel gladde als ruwe bodem.

De formule van de wrijvingscoëfficiënt blijkt voor  
gladde bodem  $C = P(R)$  zie Figuur 4.1 en 4.2  
ruwe bodem  $C = P(\hat{U}/\sigma z_0)$  zie Figuur 4.3 en 4.4

Dit komt overeen met de verwachting uit (4.2.2)

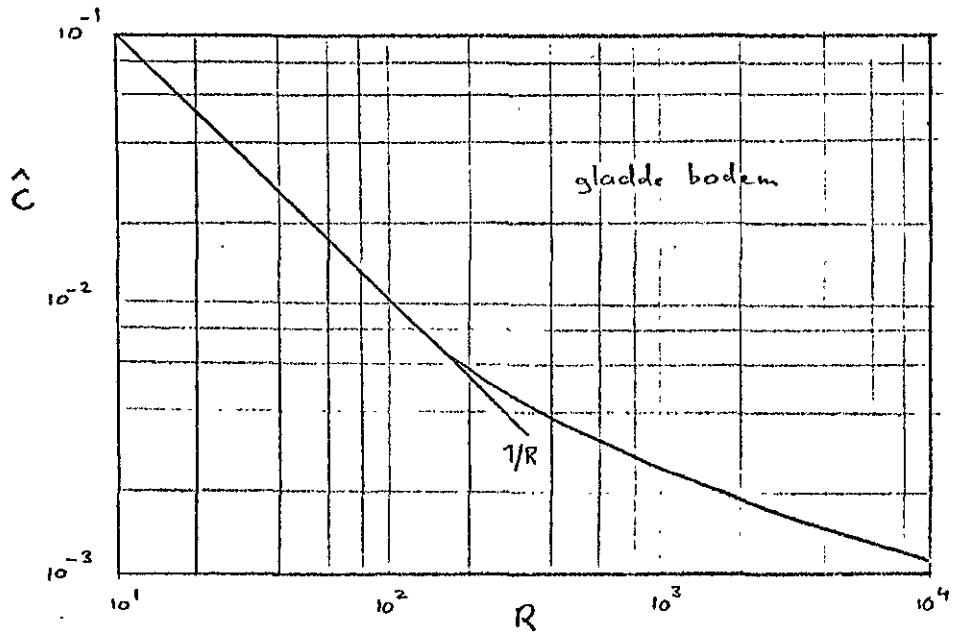


Fig. 4.1.

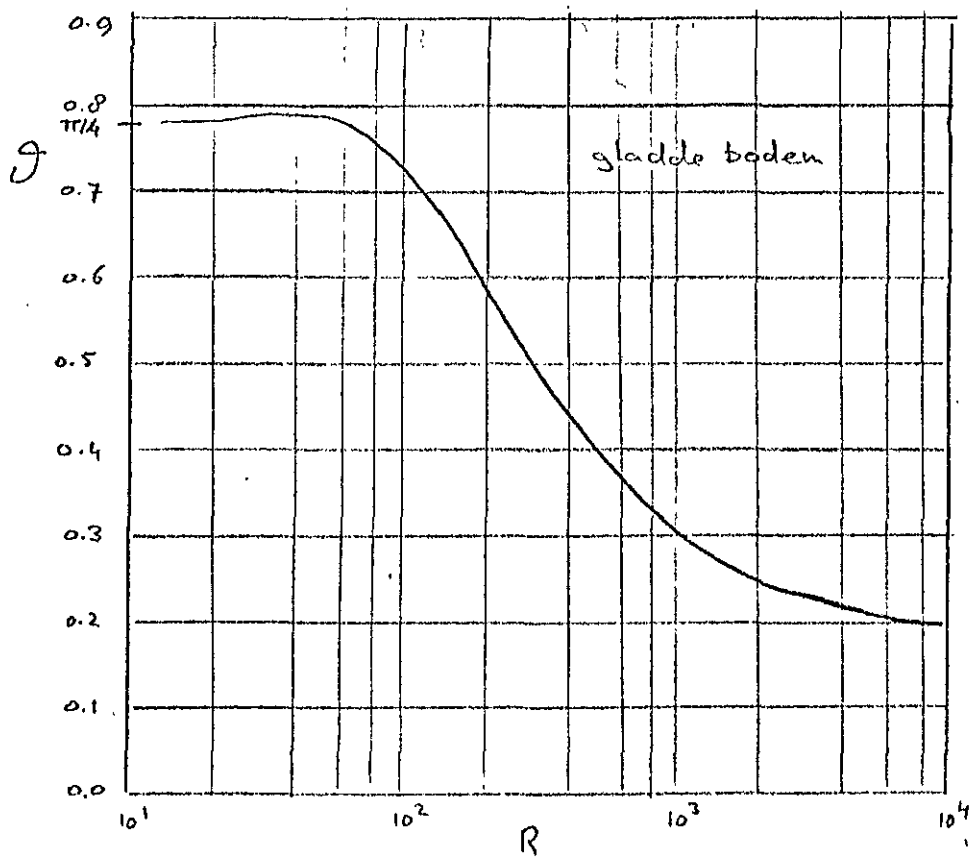


Fig. 4.2

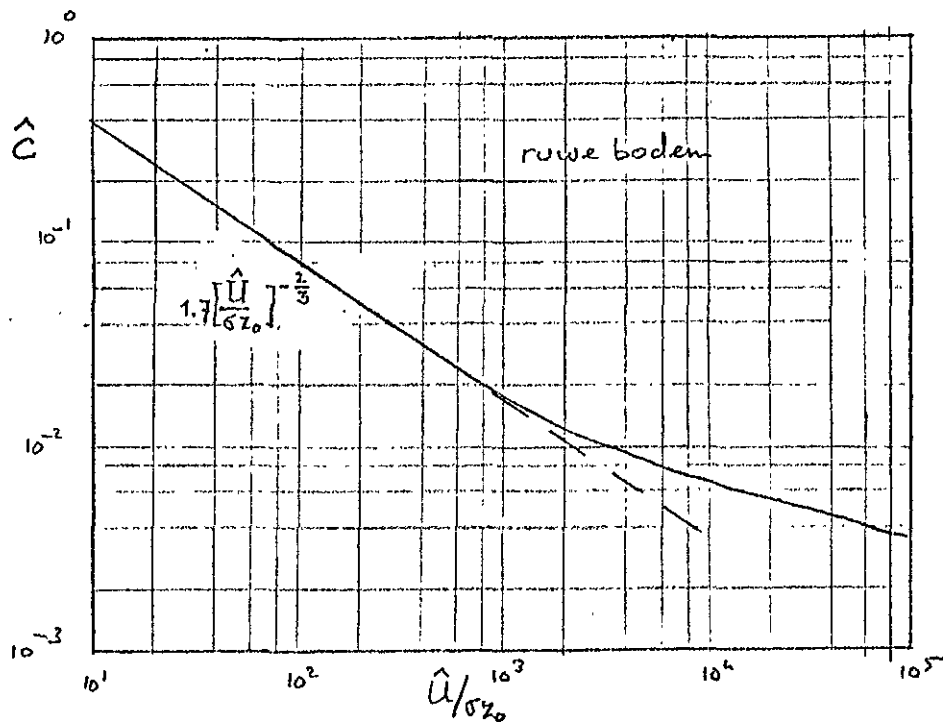


Fig 4.3.

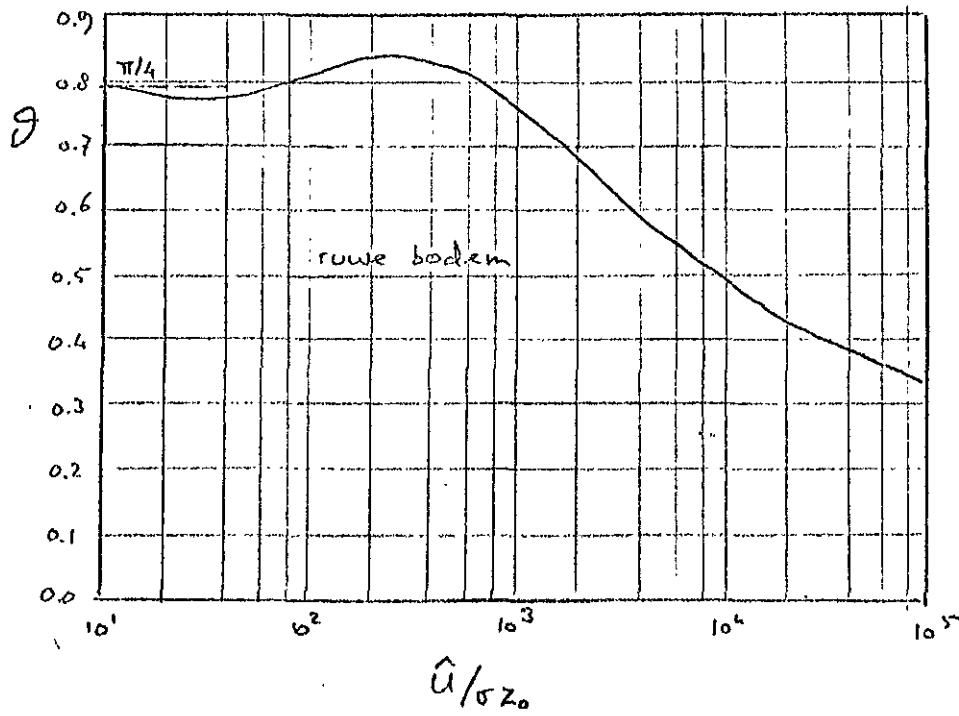


Fig 4.4.

De Formule voor de wrijvingscoëfficiënt voor een gladde bodem is uit te drukken door de Formule voor de ruwe bodem mits dan voor  $D_R$  genomen wordt:

$$D_R = 0.366 D_L$$

De Formules voor de wrijvingscoëfficiënt en de ruwheid voor ruwe bodem zijn analoog aan de semi-empirische formules van Jonssoen (1963) [7], gegeven op grond van enige theoretische beschouwingen en één proef.

Jonssoen (1967) leidt ook een semi-empirische Formule af voor de wrijvingscoëfficiënt voor een gladde bodem waarin hij veronderstelt

$$D_R = 0.435 D_L.$$

#### 4.2.6 Kajiura vergelijkt zijn resultaten met enige metingen.

Bagnold (1946) deed proeven met een oscillerende plaat waarop ribbels

$$\lambda = 0.1 \text{ en } 0.2 \text{ m.}$$

$$\frac{\lambda}{\eta} = 6.7$$

Molzfeld (1937) gebruikte dezelfde ribbels in een stationaire stroom en vond

$$D_H = 4 \eta \quad (4.2.36)$$

Daarom wordt verondersteld dat bij Bagnold

$$z_0 = \frac{4 \lambda}{6.7 * 30} \approx 0.2 \text{ resp } 0.4 \quad (4.2.37)$$

Bagnold leidde een "drag" coëfficiënt  $k_B$  af die volgens Jonssoen (1967) overeenkomt met  $1/3$  van de normale coëfficiënt, gedefinieerd door

$$C_{Jonssoen} = 2 \tau_0 / |U|U \quad (4.2.38)$$

Uit een vergelijking tussen de gemiddelde energiedissipatie per periode, berekend met behulp van (4.2.38) en berekend met behulp van de C-waarde die volgt uit de theorie van Kajiura volgt:

$$C_{Jonssoen} / 2 = \frac{3\pi}{8} \hat{C} \cos \mathcal{J} \quad (4.2.39)$$

waarin  $\mathcal{J}$  het faseverschil is tussen  $U$  en  $C$  zodat

$$\frac{4}{\pi} k_B = \hat{C} \cos \mathcal{J}. \quad (4.2.40)$$

Deze overeenstemming is redelijk nauwkeurig.

Jousson (1963) [7] met het snelheidsprofiel in een turbulente oscillerende laag over een kunstmatig ruw profiel (zie fig. 4.5)

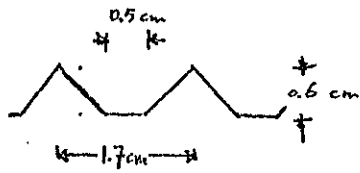


fig. 4.5.

$D_H$  werd geschat op 2.3 cm zodat

$$z_0 = D_H/30 = 0.077 \text{ cm}$$

Rekening houdend met

$$C_{\text{Jousson}} = 2 \hat{C}_{\text{Kajiura}} \text{ en}$$

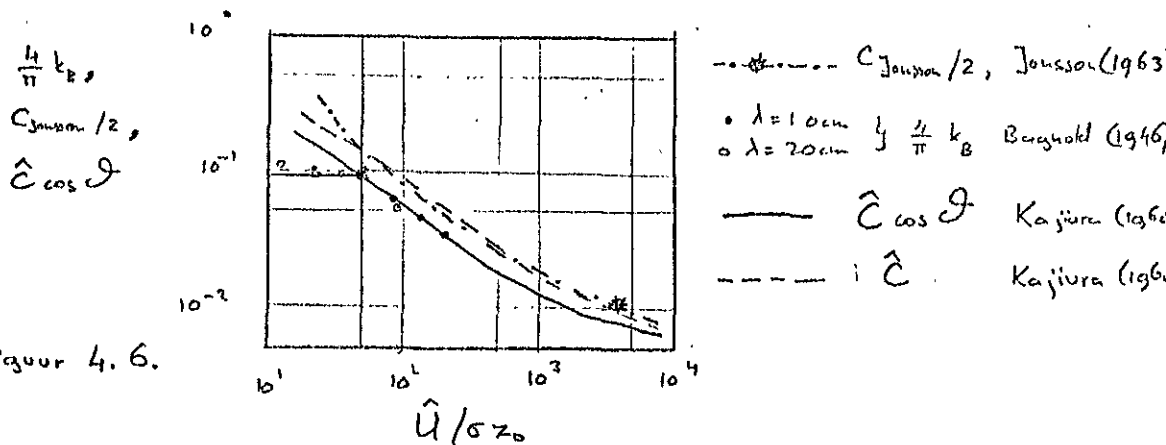
$$\delta_{\text{Jousson}} = 0.23 \Delta_{\text{Kajiura}}$$

dat blijkt dat de wrijvingscoëfficiënten, de ruwheidschalen en de energiedissipatie per periode zoals berekend door Jousson en Kajiura goed overeenstemmen.

De fase  $\mathcal{J}$  uit de theorie van Kajiura blijkt echter kleiner te zijn dan de fase van Jousson.

In figuur 4.6. ziet men de vergelijking tussen

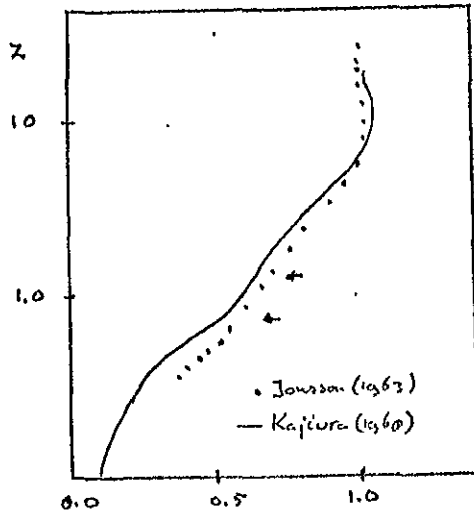
$$\frac{4}{\pi} k_B, \hat{C} \cos \mathcal{J} \text{ en } C_{\text{Jousson}}/2$$



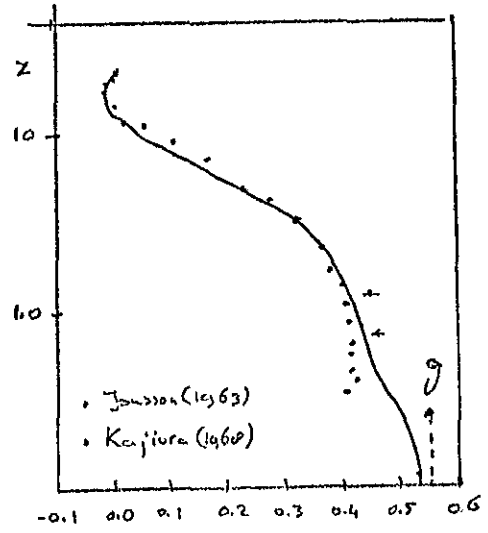
figuur 4.6.

Het snelheidsprofiel zoals volgt uit Jousson (1963), waarin slechts de eerste harmonische is meegenomen in de berekening, wordt vergeleken met wat volgt uit de theorie van Kajiura. Hiertoe is overeenkomstig Jousson de oorsprong 0.25 cm beneden de top van de kunstmatige ruwheid aangehouden. De overeenstemming valt af te leiden uit fig. 4.7. en fig. 4.8





Amp  $\left\{ \frac{u}{U} \right\}$   
Fig. 4.7



Phase  $\left[ \frac{u}{U} \right]$   
Fig. 4.8

De overeenstemming lijkt redelijk d.w.z. dat ook ruwheidschaal  $z_0$  en de hoogte van de inner en overlap layer ook redelijk zijn. Enige variatie echter in de waarden van

$$K = 0.02$$

of  $d$  geven aanzienlijke afwijkingen van de goede overeenkomst en dit geeft een indruk van de beperkingen aan deze theorie en in zekere mate een indruk van de onnauwkeurigheid van de metingen van Jonsson in de laagste niveaus.

4.3 Horikawa en Watanabe (1960) [9] hebben de door Kajiwara aangegeven theorie nader getoetst.

Zo komen zij tot de conclusie dat de overlap layer bij een gladde bodem altijd aanwezig is als de stroom turbulent is, maar nooit aanwezig is als de stroom laminair is.

Voor een ruwe bodem stellen zij dat de "overlap layer" altijd verdwijnt als de ruwheid groot genoeg is.

$$\frac{d_0}{D_y} < 230$$

Zo doen proeven voor gladde en ruwe bodem en vergelijken de resultaten met het theoretische verloop van de schuifspanning, de snelheid en de waarde van  $\epsilon$ .

Ze komen tot de conclusie dat de metingen van  
Jousson (1963) beter kloppen met de resultaten van Kajiwara  
dan hun eigen metingen.

Ze verklaren dit door te zeggen dat de ruwheid in hun  
eigen proeven relatief groot was t.o.v. de oscillerende  
beweging. Bij Jousson relatief kleiner.

In hun laboratorium proeven wordt de turbulentie dan beheerst door  
wervels en gaat de basisvergelijking (4.1.3) niet meer op.  
Ook de slechte overeenkomst tussen de hypothetische waarden  
van  $\epsilon$  en de gemeten waarden, - er werden zelfs negatieve  
waarden gemeten -, wordt geweten aan het feit dat (4.1.3) niet  
geldig is.

## 5 Concentratieverdeling

5.1. Het transport van gesuspendeerd materiaal kan onderscheiden worden in

- convectietransport  $c v_i$
- diffusietransport evenredig met de gradient v/d concentratie  $- \epsilon_m \nabla_i c$
- transport door eigen beweging  $c w_i$

$$\text{dus } S_i = c v_i - \epsilon_m \nabla_i c + c w_i \quad (5.1.1)$$

De continuïteitsvergelijking bij verwaarlozing van interne afbraak en/of voeding van buitenaf is dan

$$\frac{\delta c}{\delta t} + \nabla_i S_i = 0 \quad (5.1.2)$$

ofwel met (5.1.1)

$$\frac{\delta c}{\delta t} + \nabla_i c v_i - \nabla_i (\epsilon_m \nabla_i c) + \nabla_i c w_i = 0 \quad (5.1.3)$$

Met de continuïteitsvergelijking van de waterbeweging

$$\nabla_i v_i = 0 \quad (5.1.4)$$

gaat (5.1.3) over in

$$\frac{\delta c}{\delta t} + v_i \nabla_i c - \nabla_i (\epsilon_m \nabla_i c) + \nabla_i c w_i = 0 \quad (5.1.5)$$

Alle auteurs middelen (5.1.5) over de periode en veronderstellen dat  $c$  alleen een functie is van  $z$ .

Dan gaat (5.1.5) over in

$$- \frac{\delta}{\delta z} \left( \epsilon_m \frac{\delta \bar{c}}{\delta z} \right) + w_0 \frac{\delta \bar{c}}{\delta z} = 0 \quad (5.1.6)$$

als ook verondersteld is dat  $w_0$  geen functie is van  $z$ .

5.2 Afgezien van de beperkingen van (5.1.6)

- rotatievrije stroming
- gemiddeld over de tijd
- eendimensionaal

is de grote moeilijkheid het bepalen van de turbulente diffusie coefficient  $E_m$

Homma en Horikawa (1962) [8] veronderstelden zonder nadere uitleg

$$E_m = E = \beta b^2 \left( \frac{\delta U}{\delta z} \right) \quad (5.2.1)$$

waarin

$\beta$  = constante

$b$  = verticale uitwijking van orbitale beweging aan de bodem

$U$  = orbitale beweging aan de bodem

Ze nemen een verloop in de tijd aan van de concentratieverdeling, die gegeven wordt zonder enige afleiding en theoretisch niet verklaarbaar is.

Met behulp van (5.2.1) kan (5.1.6) worden opgelost in de veronderstelling dat  $\beta$  constant is.

Uit de gedane proeven blijkt dan echter dat

$$\beta = f(\hat{U}/C) \quad (5.2.2)$$

en dus niet constant is.

Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] komen hierop terug en via de mengwagtheorie van von Kármán waarin

$$l = K \left| \frac{\delta u}{\delta z} / \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} \right| \quad (5.2.3)$$

bepalen zij

$$E_m = E = K^2 \left| \frac{\delta u}{\delta z} \right|^3 / \left( \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} \right)^2 \quad (5.2.4)$$

Voor  $u$  wordt dan de eerste orde lineaire golftheorie ge-substitueerd in (5.2.4) wordt gemiddeld over de periode. Dan blijkt uit vergelijking van (5.2.1) en (5.2.4) dat

$$1/\beta \text{ is } K \left( \frac{\hat{U}}{C} \right)^2 \cosh^2 k(z+h) \quad (5.2.5)$$

Formule (5.2.5) komt dan overeen met (5.2.2).

$K$  is een constante die alleen van de bodemonstandigheden afhangt.

Theoretisch zou  $K$  in de gegeven afleiding

$$K = \frac{\pi}{\eta^2} \leq 20 \quad (5.2.6)$$

moeten zijn.

De uitdrukking van (5.2.4) voor  $E_m$  wordt gesubstitueerd in (5.1.6) en dan kan (5.1.6) worden opgelost in de veronderstelling dat  $K$  constant is.

Maar vergelijking echter met de metingen blijkt  $K$  geen constante te zijn maar

$$K = f \left( \frac{h+z}{h}, \frac{H}{L} * \frac{D}{\eta} \right)$$

n.l

$$K = 0.135 \left( \frac{H}{L} \cdot \frac{D}{\eta} \right)^{1.42} \left( \frac{h+z}{h} \right)^{5/6}$$

dus

$$K = 0.161 \left( \frac{h+z}{h} \right)^{0.833} \left( \frac{H}{L} \cdot \frac{D}{\lambda} \right)^{0.142} \left( \frac{H}{\lambda \sin kh} \right)^{0.270}$$

Dit wordt dan zonder commentaar in de gevonden oplossingen gesubstitueerd. Het resultaat wordt dan gepresenteerd als de uiteindelijk oplossing van het probleem.

Kishi (1965) [11] gebruikt de turbulente uitwisselingscoëfficiënt van Kajura (1964) [6]

$$E = \chi \bar{u}_B^* (z+z_0) \quad (5.2.7)$$

Hij stelt dat de turbulente diffusiecoëfficiënt  $E_m$  in principe anders is dan (5.2.7). Toch stelt ook hij  $E_m' = E$ . Omdat de schuifspanning in de periodieke beweging niet constant is zou in de turbulente uitwisselingscoëfficiënt de gemiddelde waarde van de absolute waarde van de schuifspanning tot uitdrukking moeten komen.

Vandaar dat Kishi in (5.2.7) een correctiefactor  $\alpha$  invoert.

$$E_m' = E = \chi \alpha \bar{u}_B^* (z+z_0) \quad (5.2.9)$$

Hij stelt  $\alpha = 0.5$ , terwijl dat theoretisch  $\frac{2}{\pi}$  zou moeten zijn

Met (5.2.9) kan dan (5.1.6) weer opgelost worden.

Horikawa en Watanabe (1960) [9] gaan uit van Kajima (1960) [1] en stellen

$$E = \alpha \eta \hat{u}_D^* D_R \quad (5.2.10)$$

waarin  $D_R = 2\eta$

en  $\eta =$  bekende ribbelhoogte

Ze gaan voorts uit van een iets van (2.1.6) verschillende differentiaalvergelijking

$$\frac{\delta}{\delta z} \left( E_m \frac{\delta \bar{z}}{\delta z} \right) + (\beta w_0) \frac{\delta \bar{z}}{\delta z} = 0 \quad (5.2.11)$$

om tot uitdrukking te brengen dat het gesuspendeerde deeltje zwaarder is dan de vloeistof.

In het vervolg wordt echter weer agesteld

$$\beta = 1 \quad \text{en} \quad E_m = E$$

De oplossing van (5.2.11) kan met constante  $E_m$  geschreven worden als

$$\bar{z} = \bar{z}_a \exp \left\{ \frac{w_0 z}{E_m} \right\} \quad (5.2.12)$$

Uit de proeven door Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] werden met behulp van (5.2.12) de waarden voor  $E_m$  berekend. Deze waarden werden vergeleken met het resultaat van (5.2.10). Het resultaat wordt gegeven door figuur 5.1. en de spreiding is aanzienlijk.

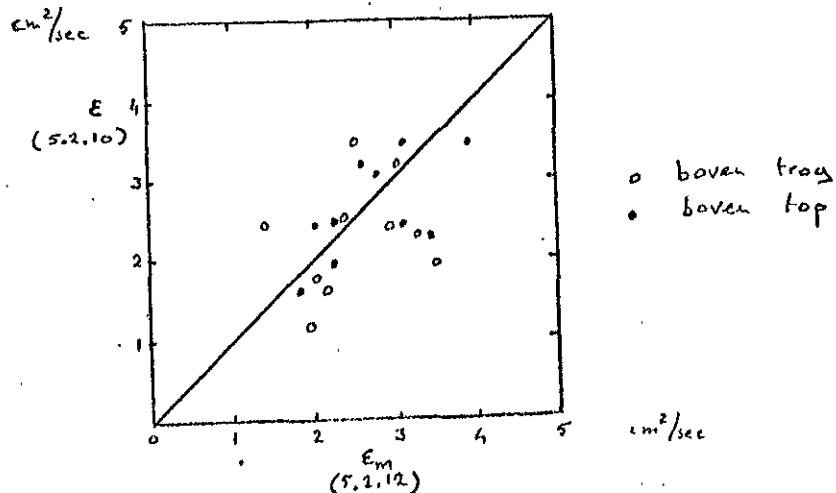


Fig. 5.1.

Horikawa en Watanabe (1970) [10] merka evenals Kiishi (1965) op dat de turbulente uitwisselingscoëfficiënt ( $\epsilon$ ) niet dezelfde hoeft te zijn als de diffusiecoëfficiënt ( $E_m$ ).

Daarom hebben ze turbulentieproeven gedaan in sloten. Continu werden daarin de horizontale en verticale snelheid geregistreerd alsook continu de concentratie.

De turbulente snelheden werden gedefinieerd als het verschil tussen de geregistreerde snelheden en de eerste harmonische snelheden.

De waarden van  $\epsilon_m$  uit (5.1.6) werden bepaald met behulp van de metingen van  $\bar{c}$ .

De waarde van  $\epsilon$  kan worden bepaald uit de resultaten van de turbulente-snelhedenregistratie

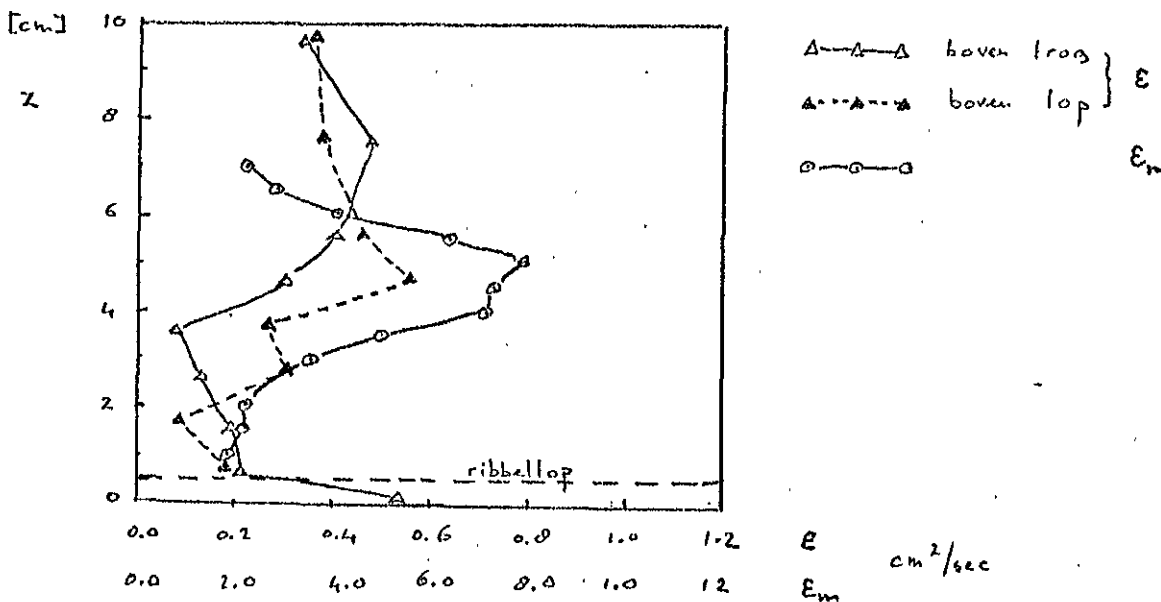
$$\epsilon = - \frac{\overline{u'w'}}{d\bar{U}/dz} \text{ of } L \frac{(\delta\bar{U}/\delta z) w'}{\delta\bar{U}/\delta z} = \overline{Lw'} = J_E \overline{w'^2} \quad (5.2.13)$$

waarin

$$J_E = \int_0^w R_E(\tau) d\tau$$

$$R_E = \frac{w'(t) * w'(t+\tau)}{w'^2}$$

De waarden van  $E_m$  en  $\epsilon$  worden nu vergeleken in Figuur 5.2



Figuur 5.2.

5.3 Uit proeven van Homma en Horikawa (1962) [8] lijkt

voor  $\frac{h-a}{h} \leq 0.1$

$$\bar{c}_a = f(\hat{U})$$

Er is echter een grote spreiding en een verschil tussen laboratorium en prototype omstandigheden.

Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] komen hierop terug. Het feit dat de prototype waarnemingen parallel liggen boven de laboratoriummetingen, (zie Fig 5.3.)

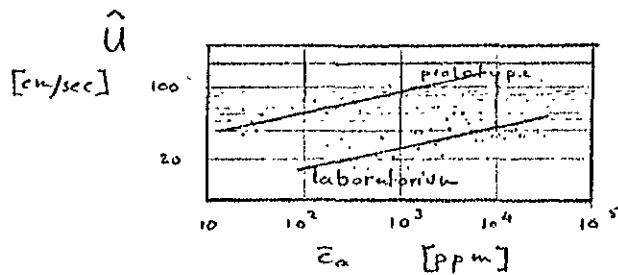


Fig 5.3.

kan de volgende oorzaken hebben:

- in het laboratorium zijn er regelmatige golven, in prototype onregelmatige
- de ribbelschaal in laboratorium en prototype is niet geometrisch zodat in prototype omstandigheden  $(h-a)/h = 0.1$  buiten en in laboratorium omstandigheden  $(h-a)/h = 0.1$  binnen de zone ligt waar de wervels aan de bodem directe invloed hebben.

Volgens de gedane proeven is de hoogte waarop  $\bar{c}_a = 100$  ppm ongeveer gelijk aan de ribbellengte.

Daarom kan gezegd worden dat de grootte of de kracht van de wervel een functie is van  $\lambda$ .

Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] leiden semi-experimenteel een verband af tussen de gemiddelde concentratie, de afstand in de laag ter dikte van  $\lambda$  en de golfgrootheden.

In het geval van de laminaire grenslaag geldt

$$\tau_D/\rho = \nu \left[ \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{2}{8} \hat{U} \sin(kx - \omega t + \pi/4) \quad (5.3.1)$$

zodat 
$$\hat{U}_B^2 = \sqrt{\frac{\nu}{\rho}} \hat{U} \quad (5.3.2)$$

Veronderstelt men dat de schuifspanning over de ribbels een



functie is van

$$\sqrt{\frac{v}{T}} \hat{U}$$

dan kan geconcludeerd worden dat de bodemconcentratie in een laag ter dikte van  $\lambda$  uitgedrukt kan worden als een functie van

$$\sqrt{\frac{v}{T}} \hat{U} \text{ en } \frac{z}{\lambda}$$

Voor  $\frac{z}{\lambda} = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  en  $1.0$  zijn experimenteel verbanden bepaald. Er is echter een zeer grote spreiding.

5.4 Alleen Homma, Horikawa en Kajima (1965) [3] hebben aandacht geschonken aan de variatie van de concentratie in de tijd. Zij maken slechts melding van zeer summier resultaten.

Vlakbij de bodem werden over het algemeen vier pieken in de concentratie geregistreerd.

Boven de ribbeltop werd zo'n piek bereikt op het moment dat de wervels de top bereiken.

Boven de trog werden de pieken bereikt als de wervel in de trog verbleef.

Ongeveer drie centimeter boven de trog werd de maximum concentratie gemeten ongeveer op het moment van de maximale voorwaartse snelheid.

Er werd geconstateerd dat de fluctuaties afnamen naarmate men meer van de bodem verwijderd was.

Voorts volgde uit de waarnemingen

$$\begin{aligned} \hat{c}_{\max} &\approx 1.9 \bar{c} \\ \hat{c}_{\min} &\approx 0.59 \bar{c} \end{aligned}$$

## 6. Conclusies

De criteria voor de overgang tussen gladde en ruwe bodem zijn redelijk met elkaar in overeenstemming.

Wat het onderscheid tussen laminaire en turbulente stroming betreft, is het criterium van Collins (1962) het meest elegant tot stand gekomen. Het schijnt echter een overschatting van het laminaire gebied in te houden.

Het criterium van Kajiwara (1968) geeft een aanzienlijk overgangsgedrag tussen laminaire en turbulente stroming.

De vroeger afgeleide criteria voor begin van beneging zijn alle geldig voor een beperkt gebied of voor bepaalde omstandigheden. Horikawa en Watanabe (1967) hebben een meer algemeen criterium gegeven, gebruik makend van de resultaten van Kajiwara (1964).

Kajiwara (1964) is echter niet geldig voor kleine waarden van  $\hat{u}/\sigma_0$  en dit legt dan ook beperkingen op aan de algemene geldigheid van het criterium van Horikawa en Watanabe. Kajiwara (1968) geeft een criterium dat redelijk overeenkomt met de metingen alhoewel de waarde van een bepaalde constante nauwgepast kan worden om de overeenstemming zo goed mogelijk te maken.

Homma en Horikawa (1962) (1965) en Horikawa en Watanabe (1967) tonen - op grond van dimensionale analyse en naar analogie van versen achter een vast lichaam in een stationaire turbulente stroom - aan, dat de parameters

$$\frac{\hat{u} d_0}{\nu} \text{ en } \frac{w_0 D_{90}}{\nu}$$

van belang zijn voor de stabiele ribbelvorm. Ze vinden een verband tussen  $\eta/d_0$  en  $\eta/\lambda$  en tussen  $d_0/\lambda$  en  $\hat{u}$  zodat ze voor iedere golf en korrel diameter de stabiele ribbelvorm kunnen bepalen.

De maximale ribbelsteilheid schijnt bepaald te zijn door

$$\eta/\lambda = \frac{1}{2} \ln \varphi_R$$

Bij het toepassen van deze theorie dient men zich wel te realiseren dat

- beneden een zekere waarde van  $d_0$  er een knik optreedt in het verband tussen  $\lambda$ ,  $T$  en  $d_0$ . De nauwkeurigheid van de bepaling van  $\lambda$  wordt dan nog geringer
- de waarden van  $\eta$  en  $\lambda$  slechts gemiddelden zijn en een aanzienlijke spreiding kunnen vertonen.
- het criterium voor de ribbelvorming niet in beschouwing is genomen.

De verdeling van de schuifspanning en de snelheid in de grenslaag zoals door Kajiwara gegeven is sterk afhankelijk van de naar analogie met de stationaire turbulente stroom gekozen constanten

$$M=12, \quad \eta=0.4, \quad K=0.02$$

Voorts is  $\epsilon$  onafhankelijk van de tijd gekozen, maar uit proeven van Horikawa en Watanabe (1960) blijkt idat  $\epsilon$  wel daargelyk een functie van de tijd is, zodat het oplossingsmodel van Kajiwara in feite al niet meer opgaat.

Bovendien is het de vraag of het model van een één-dimensionale horizontale hoofdstroom wel reeel is. Er wordt immers voorbijgegaan aan het bestaan van wervels en de soms relatief grote secundaire verticale snelheden aan de bodem.

De differentiaalvergelijking voor de concentratieverdeling waarvan alle onderzoekers uitgaan is al gemiddeld over de periode en het is de vraag of hierdoor niet een bron van aanzienlijke fouten wordt geïntroduceerd.

Vervolgens stellen zij dat de turbulente diffusiecoëfficiënt  $E_m$  gelijk is aan de een of andere turbulente uitwisselingscoëfficiënt  $\epsilon$ .

De vereenvoudigde differentiaalvergelijking wordt dan opgelost altijd in de veronderstelling dat er een of andere factor constant is. Uit proeven blijkt deze "constante" factor dan toch altijd een functie te zijn van de diepte, zodat de oplossing in feite niet goed is. Uit proeven lijkt de concentratie vlakbij de bodem slechts een functie van  $U$  alleen te zijn naar analogie met het geval van de stationaire turbulente stroom. Er is echter een aanzienlijke spreiding hierin en bovendien zijn de concentraties in het laboratorium op een bepaalde relatieve hoogte boven de bodem veel groter dan in het prototype op dezelfde relatieve hoogte.

De ribbelschaal in laboratorium en prototype is niet geometrisch zodat in prototype omstandigheden de relatieve hoogte  $(h-a)/h=0.1$  bijvoorbeeld buiten en in laboratoriumomstandigheden dezelfde relatieve hoogte  $(h-a)/h=0.1$  binnen de invloedssfeer van de aan de bodem opgewekte wervels kan liggen.

Uit het voorgaande blijkt dat de groep Japanners onder leiding van Homma en Horikawa nog lang niet alle vragen hebben opgelost.

Wel echter hebben zij zeer verfijnde laboratorium meettechnieken ontwikkeld voor een continue registratie van snelheden en concentraties.

Uit dit overzicht kan de conclusie worden getrokken dat het fysische begrip van de opwekking en het gedrag van wervels aan de boden van essentieel belang is voor de bestudering van de materiaalbeweging door golven.

Ook is gebleken dat de waarde van de turbulente diffusie coëfficiënt nog onvolledig bekend is en voor het begrip van het suspensietransport door golven onmisbaar is.

In deze richting zal dit onderzoek dan ook moeten worden voortgezet.

Literatuur

- [1] K. Kajima  
A model on the bottom boundary layer in water waves  
Bulletin of the Earthquake Research Institute  
Vol 46, 1960, pp 75-123
- [2] J.I. Collias  
Inception of turbulence at the bed under periodic gravity waves  
Journal of Geophysical Research  
Vol 60 N° 21 november 1963
- [3] M. Hamma, K. Horikawa, R. Kajima  
A study on suspended sediment due to wave action  
Coastal Engineering in Japan  
Vol. 2 1965
- [4] T. Kishi  
Suspended sediment due to wave action  
Seminar on Coastal Hydraulics, Sapporo 1965  
Hokkaido university, Sapporo
- [5] K. Horikawa, A. Watanabe  
A study on sand movement due to wave action  
Coastal Engineering in Japan  
Vol 10, 1967
- [6] K. Kajima  
On the bottom friction in an oscillatory current  
Bulletin of the Earthquake Research Institute  
Vol. 43, 1964, pp 147-174
- [7] I. G. Jonsson  
Measurements in the turbulent boundary layer  
I.A.H.R congress, London 1963
- [8] M. Hamma, K. Horikawa  
Suspended sediment due to wave action  
Coastal Engineering Congress 1962 paper 13.
- [9] K. Horikawa, A. Watanabe  
Laboratory study on oscillatory boundary layer flow  
Coastal Engineering Congress 1960 paper 29
- [10] K. Horikawa, A. Watanabe  
Turbulence and sediment concentration due to waves  
Coastal Engineering Congress 1970 paper 46

Bagnold. R.A. 1946  
Motion of wave in shallow water, interaction between waves and sand bottoms  
Proc. Royal Society London A 187, 1-18

Collins. J.I. 1963  
Inception of turbulence at the bed under periodic gravity waves  
Journal of Geophysical Research Vol 68 N° 21

Homma. M. & Horikawa K. 1962  
Suspended sediment due to waves  
Coastal Engineering Congress, 1962, paper 13.

Homma. M., Horikawa K., Kajima R. 1965  
A study on suspended sediment due to wave action  
Coastal Engineering in Japan Vol 8 1965

Horikawa K., Watanabe A. 1967  
A study on sand movement due to wave action  
Coastal Engineering in Japan Vol 10 1967

Horikawa K., Watanabe A. 1960  
Laboratory study on oscillatory boundary layer flow  
Coastal Engineering Congress, 1960, paper 29.

Horikawa K., Watanabe A. 1970  
Turbulence and sediment concentration due to waves  
Coastal Engineering Congress 1970, paper 46.

Inman D.L. 1962 1957  
Wave generated ripples in nearshore sands  
B.E.B. Technical Memorandum N° 100 1957

Ishihara T., Sawaragi T., 1960.  
On the critical velocity and critical water depth of sand movement and rate of sediment transport under wave action  
Coastal Engineering in Japan 1960

Jonsson I.G. 1963  
Measurements in the turbulent wave boundary layer  
I.A.H.R. - Congress London 1963

Jonsson I.G. 1967  
Wave boundary layers and Friction Factors  
Coastal Engineering Congress, Tokyo, 1967

Kajiura K. 1964  
On the bottom friction in an oscillatory current  
Bulletin of the Earthquake Research Institute Vol 42, 1964.

Kajiura K. 1960  
A model of the bottom boundary layer in water waves  
Bulletin of the Earthquake Research Institute Vol 46, 1960

Kalkanis G. 1964  
Transportation of bed material due to wave action  
C.E.R.C. Technical memorandum No 2 1964

Kishi, T. 1965  
Suspended sediment due to wave action  
Seminar on Coastal Hydraulics, Hokkaido university, Sapporo 1965

Kurihara K, Shinohara K et al 1956  
Sand movement on sandy beach by wave action  
Coastal Engineering in Japan 1956

Li, H. 1954  
Stability of oscillatory laminar flow along a wall  
B.E.B. Technical memorandum No 47, 1954

Lin C.C 1955  
The theory of hydrodynamic stability  
Cambridge university press, 1955.

Longuet-Higgins M.S. 1953  
Mass transport in water waves  
Phil. trans. Royal Society London A 245

Manohar. M. 1955  
Mechanics of bottom sediment due to wave action  
B.E.B. Technical memorandum No 75, 1955.

Molzfeld, H. 1937  
Die turbulente Strömung an welligen Wänden  
Z. angew. Math und Mech. vol 17 1937

Rouse H. 1937  
Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence  
Transactions ASCE 102 1937

- Sato, S., Kishi, T. 1952  
A study on sand movement, shearing force on sea bed and  
movement of bed material due to wave motion  
Public works research institute vol 25.6 1952
- Sato, S., Tanaka, N. 1962  
On the sand movement on a horizontal bed due to wave action  
Coastal Engineering in Japan 1962
- Scott, T. 1954  
Sand movement by waves  
B.E.B Technical memorandum No 48 1954
- Vincent G.E. 1957  
Contribution to the study of sediment transport on a horizontal  
bed due to wave action  
Coastal Engineering Congress, 1957.
- White, C.M., Colebrook C.F. 1937  
Experiments with fluid friction in roughened pipes  
Proceedings Royal Society A 161, 1937
- Zingg A.W. 1952  
Wind tunnel studies of the movement of sedimentary material  
Proceedings of the 5th Hydraulics Conference 1952



### Lijst van symbolen

a	hoogte waarop de bodemconcentratie wordt aangehouden
b	de kleinste straal van de orbitale ellips aan de bodem
c	concentratie
d	hoogte waarop volgens Kajima (1968) de overlap layer overgaat in de outer layer
$d_0$	de grootste diameter van de orbitale ellips aan de bodem
f	wrijvingscoëfficiënt
g	zwaartekrachtsversnelling
h	totale waterdiepte
k	golftal $2\pi/L$
$k_B$	wrijvingscoëfficiënt van Bagnold (1946)
L	mengweglengte
p	druk
t	tijd
u	snelheid in de richting van de golfvoortplanting in de grenslaag.
$\bar{u}$	snelheid in de richting van de golfvoortplanting gemiddeld over h.
$u^*$	schuifspanningssnelheid
$u_B^*$	schuifspanningssnelheid aan de bodem
$u'$	turbulente snelheid in x-richting
v	algemene snelheidsvector
$w'$	turbulente snelheid in z-richting
$w_0$	valsnelheid van het materiaal in stil water
x	coördinaat in de richting van de golfvoortplanting
z	coördinaat in de verticale richting
$z_0$	ruwheidsparameter

C	wrijvingscoëfficiënt
D	korrel diameter
$D_{50}$	mediaan korrel diameter
$D_L$	dikte laminaire sublaag.
$D_H$	Nikuradse's ruwheidsparameter
$D_R$	dikte van de ruwe sublaag
H	golphoogte
$H_0$	golphoogte op diep water
K	constante in de theorie van Kajima
L	golflengte
$L_0$	golflengte in diep water
N	getal van Reynolds, hetgeen de dikte van laminaire sublaag bepaald.
S	getal van Strouhal
T	golfterijde
U	snelheid in x-richting van de potentiaal golf aan de bodem
$U_b$	massa transport van de golf aan de rand van de grenslaag.

- $\delta$  dikte van de laminaire grenslaag  $\sqrt{2\nu/\omega}$
  - $\delta^*$  "wave displacement thickness"
  - $\epsilon$  diffusie coëfficiënt van waterdeeltjes
  - $\epsilon_m$  diffusie coëfficiënt van materiaaldeeltjes
  - $\xi$  verticale uitwijking van het wateroppervlak
  - $\eta$  de hoogte van de bodemribbel
  - $\mathcal{J}$  faseverschil tussen  $C$  en  $U$
  - $\kappa$  constante van von Kármán
  - $\lambda$  de lengte van de bodemribbel
  - $\nu$  kinematische viscositeit
  - $\rho$  soortelijke dichtheid van water
  - $\rho_m$  soortelijke dichtheid van materiaal
  - $\delta$  hoeksnelheid van de golf  $2\pi/T$
  - $\tau$  schuifspanning
  - $\tau_B$  schuifspanning aan de bodem
  - $\tau_{opp}$  schuifspanning aan het wateroppervlak
  - $\varphi$  kritieke helling voor begin van beweging van de korrel
  - $\varphi_R$  helling waaronder een lutud onder stilstaand water juist in evenwicht is
- 
- $\Delta$  schaal van de "defect layer"
  - $\Delta_\rho$  relatieve soortelijke dichtheid van materiaal onder water  $\frac{\rho_m - \rho}{\rho}$