

R066

DELTADIENST
WATERLOOPK. AFD.

Neren in hydraulische modellen

RIJKSWATERSTAAT
DELTADIENST

Rapport
nr. 3

Waterloopkundige Afdeling

maart
1957

Rapport nr. 3, 1957.

Titel: NEREN IN HYDRAULISCHE MODELLEN

door: Ir W.C. Bischoff van Heemskerck
Ir H. van der Tuin

Inhoud:

Afleiding van de schaalwetten, waaraan bij modelonderzoek moet worden voldaan om rand- en bodemneren goed weer te geven. Speciaal is hierbij een vergelijking gemaakt tussen vertrokken en onvertrokken modellen.

Uit een en ander blijkt tevens, wat de bedoeling is van de 2 modellen die voor het Veeregat zullen worden gebruikt.

Conclusies:

Zie pag. 12 e.v.

Neren in hydraulische modellen.

I. Inleiding.

Ten behoeve van de Deltadienst zal in de komende jaren een groot aantal modellen worden gebouwd, die plaatselijk te verwachten stroombeelden op een zekere schaal in detail moeten kunnen weergeven.

Zo bestaat reeds op korte termijn behoefte aan situatie-modellen van het Veregat en het gebied van het splitsingspunt Haringvliet, Hollandsch Diep en Volkerak, terwijl met de voorbereiding van een situatiemodel van de Grevelingen in de loop van dit jaar een begin moet worden gemaakt.

Bovendien wordt thans reeds gedacht aan z.g. sluitgatmodellen, waarin het stroombeeld in de onmiddellijke omgeving van de sluitgaten in detail kan worden bestudeerd.

Voor al deze modellen vormt een juiste weergave van de in het prototype te verwachten neren een belangrijke eis.

Gezien het grote aantal modellen, waar het hier om gaat, is het van belang zorgvuldig na te gaan, op welke wijze het beste aan deze eis kan worden voldaan. Onmiddellijk rijst hierbij bijvoorbeeld de vraag in hoeverre voor bepaalde modellen een vertrokken schaal mag worden toegepast*).

Om hierover iets te weten te komen moet o.a. worden nagegaan onder invloed van welke factoren een neer ontstaat en in stand wordt gehouden. Zoals voor ieder experimenteel onderzoek geldt immers ook hier, dat een zekere kennis van het fysische verschijnsel zelf noodzakelijk is om te kunnen vaststellen of dit verschijnsel in een model op bevredigende wijze zal worden weergegeven.

In het volgende is - zij het oppervlakkig - een poging gedaan de problemen die zich hierbij voordoen, zodanig te stellen, dat hieruit kan worden afgeleid, op welke punten de beschikbare kennis door enig fundamenteel onderzoek moet worden aangevuld.

II. Plaatselijk vernauwing van het stroomvoerende profiel door een horizontale begrenzing (sluitgat zonder drempel; bijv. Veregat).

Het is algemeen bekend, dat achter een plaatselijk horizontale vernauwing van het stroomvoerende profiel neren zullen optreden. In fig. 1 is dit schematisch weergegeven.

Zoals gezegd, is het van belang om allereerst na te gaan op welke wijze deze neren ontstaan en in stand worden gehouden. Omdat speciaal het laatste van praktisch belang is en bij het modelonderzoek vrijwel altijd met permanente stromen wordt gewerkt, wordt voorlopig met een beschouwing over een permanente toestand volstaan. Daarna zal dan worden nagegaan in hoeverre het stroombeeld, dat door een getijbeweging wordt opgewekt, door een permanentie kan worden weergegeven.

- Uit -

*) Onder een vertrokken model wordt in dit rapport verstaan een model waarin de horizontale afmetingen op een andere schaal worden weergegeven dan de verticale afmetingen. Een vertrekking in het horizontale vlak zelf wordt niet in beschouwing genomen.

Uit de titel van dit hoofdstuk blijkt, dat in eerste instantie alléén het geval met een horizontale bodem wordt beschouwd, waarbij dan kan worden aangenomen, dat de versnellingen en snelheden in verticale richting zeer gering zijn en mogen worden verwaarloosd.

Werkzame krachten.

Gaat men nu na door welke krachten de neer in stand wordt gehouden, dan blijkt het volgende:

Uit waarnemingen is bekend, dat de snelheid van de hoofdstroom enkele malen groter is dan de snelheid aan de rand van de neer. Langs het traject A-B van de neer (zie fig.1) heerst dus een grote snelheidsgradient $\frac{\partial v_s}{\partial n}$.

Dit betekent, dat langs dit traject een turbulente schuifspanning aanwezig is, waarvan de resultante gewoonlijk de "aandrijvende kracht" van de neer wordt genoemd.

De aanwezigheid van de turbulente schuifspanning kan men zich indenken door te veronderstellen, dat "pakketjes" water van de snel stromende hoofdstroom in de langzaam stromende neer indringen en aldaar worden vertraagd, terwijl anderzijds "pakketjes" water uit de langzaam stromende neer in de sneller stromende hoofdstroom terecht komen, waardoor deze wordt gered. Op deze wijze voorgesteld is het duidelijk, dat de turbulente schuifspanning o.a. wordt beheerst door traagheidskrachten.

Bij een gestuwde afvoer zal de waterspiegel benedenstrooms van de vernauwing hoger zijn dan ter plaatse van de vernauwing. Met behulp van de gangvergelijking kan het verband tussen h_1 en h_s (zie fig.1) in de volgende formule worden uitgedrukt

$$h_s^2 - h_1^2 = \frac{2Q^2}{gB} \left[\frac{1}{Bh_1} - \frac{1}{bh_s} \right] \text{-----(a)}$$

(Voor de betekenis van de letters wordt verwezen naar fig.1; $d = 0$!).

Dit oplopen van de waterspiegel wordt veroorzaakt doordat de hoofdstroom zich in horizontale richting spreidt ($B > b$). Hierbij wordt kinetische energie omgezet in potentiële energie. De gemiddelde snelheid ter plaatse van de vernauwing is voor het beschouwde geval van een permanentie nl. groter dan benedenstrooms. Het feit, dat een gedeelte van de beschikbare kinetische energie door wrijving verloren gaat, doet daaraan volgens formule (a) geen afbreuk.

De hoeveelheid verloren gegane energie laat zich overigens ook gemakkelijk becijferen. Zij bedraagt:

$$\Delta H = h_s - h_1 + \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{b^2 h_s^2} - \frac{1}{B^2 h_1^2} \right] \text{-----(b)}$$

(voor de betekenis der letters wordt verwezen naar fig.1).

De oplopende waterspiegel veroorzaakt dus een verval langs het traject B-C-A van de neer. Door dit verval, dat men het vertragingseerval zou kunnen noemen, ontstaat een terugstroom van B via C naar A.

De neer wordt dus mede door het verval of wel door de zwaartekracht beheerst.

Dat bij dit proces ook traagheidskrachten een rol moeten spelen wordt duidelijk, indien men bedenkt, dat kinetische energie, zoals gezegd, voor een deel in warmte e.d. verloren gaat en voor een deel wordt omgezet in potentiële energie. Zonder de werking van traagheidskrachten is dit niet denkbaar.

Ook bij een permanente stroom kunnen traagheidskrachten dus een grote rol spelen, hetgeen ook blijkt uit de formule:

$$K_v = ma = m \frac{dv}{dt} = m \left[\frac{\partial v}{\partial t} + v_x \frac{\partial v}{\partial x} + v_y \frac{\partial v}{\partial y} + v_z \frac{\partial v}{\partial z} \right] \text{-----} (c)$$

Voor een permanente stromingstoestand behoeft uitsluitend $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ te zijn. De overige termen zijn in het onderhavige probleem niet gelijk aan nul.

In dit verband kunnen ook de middelpuntzoekende krachten worden genoemd, die aanwezig moeten zijn, omdat de stroombanen in het beschouwde gebied niet recht zijn. In feite zijn deze middelpuntzoekende krachten echter begrepen in bovengenoemde formule nr (c), zodat zij niet afzonderlijk behoeven te worden behandeld. *)

Het in de neer rondstromende water ondervindt een tegenwerkende kracht door de wrijving langs de bodem. Ook deze bodemwrijving moet dus in beginsel in het model worden gerealiseerd. De bodemwrijving van de hoofdstroom speelt indirect een rol, omdat de benedenstroomse waterstand, die volgens het voorgaande een zekere invloed op de neer heeft, mede wordt bepaald door het wrijvingsverval.

Modelwetten.

Uit het voorgaande is gebleken, dat in beginsel de volgende krachten werkzaam zijn:

- a. Traagheidskrachten (w.o. middelpuntzoekende krachten)-----(T)
- b. Turbulente schuifkrachten ofwel aandrijvende krachten----- (A)
- c. Bodemwrijving----- (W)
- d. Zwaartekracht----- (G)

Omdat zowel in model als in prototype automatisch aan de continuïteitsvoorwaarde wordt voldaan, geldt als conditie voor gelijkvormigheid, dat de waterbewegingen in model en prototype bij gelijke randvoorwaarden aan dezelfde bewegingsvergelijkingen ($k = ma$) moeten voldoen. Deze kunnen volgens het beginsel van d'Alembert worden beschouwd als statische evenwichtsvergelijkingen, waarin een traagheidskracht ($T = - m a$) is ingevoerd om het dynamische karakter van het verschijnsel in rekening te brengen.

- Dergelijke -

*) Zie verslag staatscommissie Zuiderzee par.124 pag.209.

Dergelijke schijnbaar statische evenwichtsvergelijkingen mogen ook worden toegepast op de neer als geheel. Zij kunnen dan symbolisch worden geschreven als:

$$T_n + A_n + W_n + G_n = 0.$$

Hieruit volgt direct, dat voor prototype en model alléén dezelfde evenwichtsvergelijkingen gelden, indien elke term (d.w.z. elke kracht) op gelijke schaal wordt weergegeven.

Indien dus in een hydraulisch model alle werkzame krachten op dezelfde schaal worden weergegeven, zal bij geometrische gelijkvormigheid in dit model ook een gelijkvormig stroombeeld optreden. Beschouwen wij nu het dynamische evenwicht van een waterkolom met een hoogte h (waterdiepte) en met horizontale afmetingen S en N in resp. de stroomrichting (s) en loodrecht hierop (n), dan moet dus voor gelijkvormigheid worden voldaan aan de volgende modelwetten:

$$\begin{aligned} \text{Schaal } T &= \text{ schaal } G \\ \text{Schaal } A &= \text{ schaal } G \\ \text{Schaal } W &= \text{ schaal } G \end{aligned}$$

De traagheidskrachten, welke op de beschouwde kolom werken kunnen worden geschreven als:

$$T_s = \rho SNh \frac{d\bar{v}_s}{dt} \quad \text{en} \quad T_n = \rho SNh \frac{d\bar{v}_n}{dt}$$

Substitueert men hierin verg. c onder verwaarlozing van de termen $\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}$ en $\bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$ *), dan verkrijgt men dus:

$$\begin{aligned} T_s &= \rho SNh \left(\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial s} + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial n} \right) \\ T_n &= \rho SNh \left(\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial s} + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial n} \right) \end{aligned}$$

Gezien de keuze van het assenstelsel is $\bar{v}_n = 0$, zodat:

$$\begin{aligned} T_s &= \rho SNh \bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial s} \\ T_n &= \rho SNh \bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial s} \end{aligned}$$

Duiden wij nu de schaalfactor aan door de letter β (d.w.z.

$\frac{T(\text{prototype})}{T(\text{model})} = \beta_T$, enz.) en stellen wij $\beta_{v_s} = \beta_{v_n} = \beta_v$ en $\beta_n = \beta_s = \beta_l$,

hetgeen geoorloofd is, omdat een vertrekking in het horizontale vlak niet wordt overwogen, dan is dus:

$$\beta_{T_s} = \beta_{T_n} = \beta_T = \beta_\rho \beta_l \beta_h \beta_v^2 \text{------(d)}$$

, waarin dus β_ρ = de schaalfactor voor de dichtheid

β_l = de schaalfactor voor de horizontale afmetingen

β_h = de schaalfactor voor de diepte

β_v = de schaalfactor voor de snelheden in een willekeurige

- horizontale -

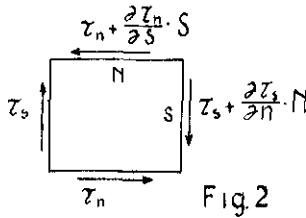
*) Overeenkomstig de beperkingen, die in het begin van dit hoofdstuk zijn genoemd (resp. permanentie en géén snelheden en versnellingen in verticale richting) zijn deze beide termen gelijk aan nul.

horizontale richting gemiddeld over de verticaal
 $\beta_r =$ de schaalfactor voor de traagheidskrachten in de s- zowel als de n-richting.

Onder voorbehoud, dat ook in het model het getal van Reynolds voldoende groot zal zijn *), kan voor de turbulente schuifspanning de formule van von Kármán worden gebruikt nl.:

$$\tau_s = \rho l^2 \left(\frac{\partial v_s}{\partial n} \right)^2 \text{ en } \tau_n = \rho l^2 \left(\frac{\partial v_n}{\partial s} \right)^2$$

Hierin is $\tau =$ de turbulente schuifspanning en l de z.g. mengweg. De resulterende schuifkrachten, welke op de beschouwde kolom werken worden dan dus:



$$A_s = S h \rho \frac{\partial}{\partial n} \left[l^2 \left(\frac{\partial v_s}{\partial n} \right)^2 \right] N$$

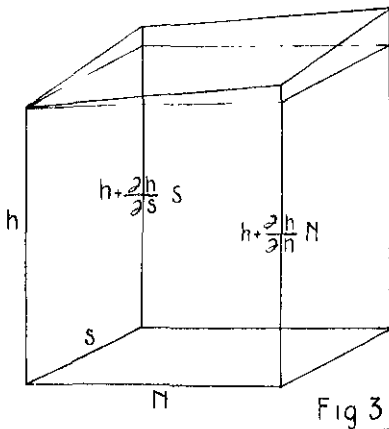
$$A_n = N h \rho \frac{\partial}{\partial s} \left[l^2 \left(\frac{\partial v_n}{\partial s} \right)^2 \right] S$$

Fig. 2

, waaruit dan na invoering van $\beta_s = \beta_n = \beta_L$ en $\beta_{v_s} = \beta_{v_n} = \beta_v$ volgt:

$$\beta_{A_s} = \beta_{A_n} = \beta_A = \beta \rho \beta_L^2 \beta_h \frac{\beta_v^2}{\beta_L} \text{ ----- (e)}$$

Formule's voor de vervalkracht (zwaartekracht) G en de bodemwrijving W kunnen uit onderstaande schets worden afgeleid.



$$G_s = \rho g \frac{\partial h}{\partial s} \cdot S h \cdot N = \rho g J_s \cdot S N h$$

$$G_n = \rho g \frac{\partial h}{\partial n} \cdot N h \cdot S = \rho g J_n \cdot S N h$$

Fig 3

Noemen wij nu J' het gedeelte van het verval, dat bij een permanentie equivalent is met de Weerstand, dan volgt hieruit

$$W_s = \rho g J'_s \cdot S N h \text{ en } W_n = \rho g J'_n \cdot S N h,$$

waarin dan $J'_s = \frac{\bar{v}_s^2}{C^2 R}$ en $J'_n = \frac{\bar{v}_n^2}{C^2 R}$ (uit $\bar{v} = C \sqrt{R J}$)

zodat: $W_s = \rho g S N h \frac{\bar{v}_s^2}{C^2 R}$ en $W_n = \rho g S N h \frac{\bar{v}_n^2}{C^2 R}$

*) Op dit voorbehoud wordt later nog teruggekomen.

Na invoering van $\beta_v = \beta_{v_n} = \beta_v$, $\beta_s = \beta_M = \beta_L$
worden dus de schaalfactoren

en $\beta_R = \beta_h$

$$\beta_{\phi_s} = \beta_{\phi_n} = \beta_{\phi} = \beta_p \beta_q \beta_h^2 \beta_L \text{ ----- (f)}$$

$$\beta_{\omega_s} = \beta_{\omega_n} = \beta_{\omega} = \beta_p \beta_q \beta_L^2 \frac{\beta_v^2}{\beta_c^2} \text{ ----- (g)}$$

De 3 eerdergenoemde modelwetten worden dus *)

Schaal T = Schaal G

of $\beta_T = \beta_G$

of $\beta_p \beta_L \beta_h \beta_c^2 = \beta_p \beta_q \beta_L \beta_h^2$ waarin $\beta_q = 1$

dus: $\beta_v = \sqrt{\beta_h}$ (Froude) ----- (1)

Aan deze z.g. modelwet van Froude moet dus worden voldaan om de traagheidskrachten op dezelfde schaal weer te geven als de vervalkrachten.

Schaal A = Schaal G.

of $\beta_A = \beta_G$

of $\beta_p \beta_L^2 \beta_h \frac{\beta_v^2}{\beta_c^2} = \beta_p \beta_q \beta_L \beta_h^2$, waarin weer $\beta_q = 1$

dus: $\beta_v^2 \beta_L^2 = \beta_h \beta_c^2$

In het voorgaande werd reeds opgemerkt, dat de turbulente schuifspanning ook beheerst wordt door traagheidskrachten. Aan de 1e modelwet moet dus in ieder geval worden voldaan, wil men een redelijke kans hebben, dat de turbulente schuifkracht behoorlijk wordt weergegeven. Dit betekent dus, dat $\beta_v^2 = \beta_h$, zodat de uiteindelijke modelwet wordt:

$\beta_p = \beta_L$
 plus modelwet van Froude
 plus R_e voldoende groot

----- (2a)

Om er zeker van te zijn, dat de aandrijvende kracht van de neer goed in het model wordt weergegeven, moet men dus:

- a. met Froude stromen (modelwet 1)
- b. aannemelijk maken, dat de mengweg l inderdaad op horizontale schaal wordt verkleind
- c. zorgen dat R_e voldoende groot is.

Aan het eerste kan in het algemeen worden voldaan. Gewoonlijk is dit toch reeds nodig, omdat men ook uit andere overwegingen bijna nooit de traagheidskrachten mag verwaarlozen. In hoeverre de mengweg in een vertrokken model op horizontale schaal wordt weergegeven is niet bekend. Wel is aannemelijk, dat in een onvertrokken model redelijk aan de 2e modelwet kan worden voldaan. In ieder geval moet dan de schaal zodanig worden gekozen, dat het getal van Reynolds ($\frac{V.R}{\nu}$) voldoende groot is om een juiste verhouding tussen turbulente

- en -

*) Omdat de schaalfactoren der krachten voor de S- en de n-richting dezelfde zijn, geven de beide evenwichtsvergelijkingen in het horizontale vlak steeds dezelfde schaalwet.

en laminaire schuifspanning te waarborgen.

Uit de modelwet van Froude (1) volgt nl., dat in modellen met een zeer grote schaalfactor voor de diepte de snelheden ook gering zullen zijn. Het getal van Reynolds wordt dan in het model klein, waardoor de laminaire schuifspanningen relatief een te grote rol zouden gaan spelen.

Mathematisch kan men dit als volgt uitdrukken: $\tau_s = \eta \frac{d\bar{v}_s}{dn} + \epsilon \frac{d\bar{v}_s}{dn}$, waarin de eerste term de laminaire en de 2e term de turbulente schuifspanning voorstelt. Met het getal van Reynolds neemt ook ϵ toe, waardoor bij een voldoende grote waarde van Re de 2e term groot is t.o.v. de 1e term. De in het voorgaande gebruikte formule van von Karman omvat alléén de 2e term, zodat dus stilzwijgend werd verondersteld, dat het getal van Reynolds ook in het model voldoende groot zal zijn.

De turbulente normaalspanningen werden niet in rekening gebracht. Hierover is weinig bekend. Wel is het redelijk om te veronderstellen, dat deze door dezelfde factoren wordt beheerst als de turbulente schuifspanning, zodat hiervoor dezelfde wet geldt nl., dat de mengweg van deze normaalspanning ook op horizontale schaal moet worden weergegeven.

Beschouwen wij nu geen kolom, doch een kubusvormig element hieruit met afmetingen S, N en Δh , dan moet ook de turbulente schuifspanning $\tau = \rho \ell^{1/2} \left(\frac{\partial v}{\partial h}\right)^2$ op het onder en bovenvlak van dit element in rekening worden gebracht. De modelwet daarvoor wordt dus:

$$\beta_p \beta_v^2 \frac{\beta_s^2}{\beta_h^2} \beta_t^2 = \beta_p \beta_g \beta_l \beta_h^2 \text{ of (met } \beta_v = \sqrt{\beta_h})^2: \boxed{\beta_t^2 = \frac{\beta_h}{\beta_l} \cdot \beta_h^2} \text{-----(2b)}$$

Dit wil dus zeggen, dat deze mengweg ℓ^1 in een vertrokken model op een andere schaal zou moeten worden weergegeven dan de hiervoor beschouwde mengweg ℓ . Dat hieraan kan worden voldaan, lijkt niet aannemelijk. De verdeling van de snelheid over de verticaal zal dus in een vertrokken model niet overeenkomen met die in de werkelijkheid. Zoals nog zal blijken is het laatste overigens ook het geval in een onvertrokken model, tenzij de bodem hiervan zeer glad zou worden afgewerkt.

Schaal W = schaal G.

of $\beta_w = \beta_g$

of $\beta_p \beta_g \beta_t^2 \frac{\beta_v^2}{\beta_c^2} = \beta_p \beta_g \beta_h^2 \beta_l$

of $\beta_l \beta_v^2 = \beta_h^2 \beta_c^2$

Substitueren wij hierin weer verg. nr. 1, dan wordt dus de 3e modelwet:

$$\boxed{\beta_c^2 = \frac{\beta_l}{\beta_h}} \text{ plus modelwet van Froude -----(3)}$$

Voor een onvertrokken model geldt derhalve als eis: $\beta_c = 1$.

Uit de formule

$$c = 18 \log \frac{12h}{K} \text{ volgt dan dus, dat K op dezelfde schaal zou}$$

moeten worden weergegeven als h. In een onvertrokken model met beweeglijke bodem is dit praktisch niet mogelijk. Ook in modellen met vaste bodem brengt een zo gladde afwerking moeilijkheden en zeer hoge kosten met zich mede.

In een vertrokken model kan de juiste C-waarde echter gemakkelijker worden gerealiseerd.

Voor het zand, dat in de N.O.P. als bodemmateriaal wordt gebruikt is een vertrekking van 1:3 bij een diepteschaal 1:50 voor het weergeven van de weerstand-krachten optimaal gebleken. De stroomverdeling over de verticaal blijft daarbij echter fout, omdat men de weerstand-krachten kloppend heeft gemaakt, door de te grote weerstand van het gebruikte zand over een relatief geringe lengte te laten aangrijpen.

Voor het ontgrondingsonderzoek vormt deze foutieve snelheidsverdeling over de verticaal natuurlijk een bezwaar, dat zich echter zowel bij een vertrokken als bij een onvertrokken model zal voordoen.

Permanente en niet permanente waterbeweging.

In het voorgaande werd er van uitgegaan, dat zowel in prototype als model een permanente toestand heerst. Gewoonlijk is dit echter niet het geval en tracht men het stroombeeld, dat in het prototype door een getijbeweging wordt opgewekt, in het model door een permanentie na te bootsen. In het model wordt dan meestal de toestand op het moment van maximum-stroom weergegeven. Dit betekent dan, de term $\frac{\partial h}{\partial t}$ wordt verwaarloosd, of m.a.w. dat de komberging van het beschouwde gebied niet in rekening wordt gebracht. Terwijl in het prototype de hoeveelheid water, die per seconde door een bepaalde raai stroomt, voor een gedeelte zal worden verbruikt om de benedenstrooms gelegen "kom" te vullen of te ledigen ($\frac{\partial h}{\partial t} + 0$), zal in het model per seconde door iedere raai evenveel water stromen. De Q-waarde kan dus slechts in één raai van het model kloppend worden gemaakt. In alle andere raaien moet de Q-waarde fout zijn, omdat met een permanentie wordt gestroomd.

In het model zal daardoor een extra verval optreden, hetgeen zoals uit het voorgaande is gebleken, weer invloed moet hebben op de neer. Ook de energie-uitwisseling tussen de hoofdstroom en de neer zal in een permanent model niet volkomen goed kunnen worden weergegeven.

Voor het stijgen (c.q. dalen) van de waterspiegel van de neer moet nl. meer (c.q. minder) water uit de hoofdstroom naar de neer worden gevoerd dan het geval zou zijn bij een permanentie. Over de invloed hiervan is echter nog niets bekend.

III. Plaatselijke vernauwing van het stroomvoerende profiel door horizontale en verticale begrenzing (bijv. sluitgat met drempel).

Naarmate meer rekening moet worden gehouden met snelheden en versnellingen in verticale richting, wordt een vertrokken model minder aanvaardbaar.

Dit blijkt reeds onmiddellijk, indien de consequenties worden beschouwd van de eis, dat de traagheidskrachten op dezelfde schaal moeten worden weergegeven als de zwaartekracht en de verval krachten. In analogie met het vorige hoofdstuk is nl.:

$$T_s = \rho \text{SNh} \left(\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial S} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial Z} \right) \quad (v_n = 0!)$$

$$T_n = \rho \text{SNh} \left(\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial S} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial Z} \right)$$

$$T_z = \rho \text{SNh} \left(\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial S} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial Z} \right)$$

Stelt men $\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial S}$ (prototype) = A, $\bar{v}_s \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial S}$ (model) = a,

$\bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial Z}$ (prototype) = B en $\bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_s}{\partial Z}$ (model) = b

, dan is dus $\beta_{T_s} = \beta_p \beta_s \beta_n \beta_h \left(\frac{A+B}{a+b} \right)$

waarin (voor volkomen gelijkvormigheid) $A:B = a:b$ of $\frac{(A+B)}{(a+b)} = \frac{A}{a} = \frac{B}{b}$

Na invullen van $\beta_s = \beta_n = \beta_l$ en $\beta_{v_s} = \beta_v$

wordt dus: $\beta_{T_s} = \beta_p \beta_l \beta_h \beta_v^2$

en $\beta_{T_z} = \beta_p \beta_l^2 \beta_v \beta_{v_z}$

Voor β_{T_n} wordt dezelfde uitdrukking gevonden, terwijl $\beta_{T_z} = \beta_p \beta_l \beta_h \beta_v \beta_{v_z}$

en $\beta_{T_s} = \beta_p \beta_l^2 \beta_v^2$

Verder was $\beta_{a_s} = \beta_{a_n} = \beta_p \beta_g \beta_h^2 \beta_l$

,terwijl uit $G_z = \rho g \text{SNh}$

volgt $\beta_{a_z} = \beta_p \beta_g \beta_h^2 \beta_l$

Als voorwaarden voor gelijkvormigheid van de beide evenwichtsvergelijkingen in horizontale richting gelden dus:

$\beta_{T_s} = \beta_{a_s}$ en $\beta_{T_n} = \beta_{a_n}$

Uit deze beide voorwaarden volgen dezelfde modelwetten nl.:

$$\boxed{\beta_v = \sqrt{\beta_h}} \text{ en } \boxed{\beta_{v_z} = \frac{\beta_h}{\beta_l} \sqrt{\beta_h}} \text{----- (4)}$$

De derde voorwaarde wordt: $\beta_{T_z} = \beta_{a_z}$, of:

$$\boxed{\beta_v = \frac{\beta_l}{\beta_h} \sqrt{\beta_h}} \text{ en } \boxed{\beta_{v_z} = \sqrt{\beta_h}} \text{----- (5)}$$

Aan de voorwaarden (4) en (5) kan dus niet gelijktijdig worden voldaan indien $\beta_l \neq \beta_h$. Indien dus rekening moet worden gehouden met snelheden en versnellingen in verticale richting, kan in een vertrokken model niet worden voldaan aan de conditie, dat de traagheidskrachten op dezelfde schaal moeten worden weergegeven als de zwaartekracht.

Omdat de turbulente krachten in wezen ook traagheidskrachten zijn, zullen deze eveneens afwijken van die in het prototype.

De vraag is dus, of de snelheden en versnellingen in verticale richting voor het onderhavige probleem een zo grote rol spelen, dat op grond hiervan een vertrokken model onaanvaardbaar moet worden geacht.

Vermoedelijk kan deze vraag ontkennend worden beantwoord en mag de invloed van verticale versnellingen en snelheden in de beschouwde situatie- en sluitgatmodellen inderdaad worden verwaarloosd.

Achter een drempel met steile taluds zal zich nl. een z.g. bodemneer vormen (zie fig.1), die weer in stand wordt gehouden door traagheidskrachten, turbulente schuifspanning, weerstand en verval. Over een groot deel van de lengte van deze neer is wel een verticale snelheidscomponente aanwezig, doch deze is klein t.o.v. de horizontale componente. Slechts zeer plaatselijk is de verticale snelheidscomponente relatief groot. De plaatselijke afwijking, welke hierdoor ontstaat, zal echter het stroombeeld als geheel nauwelijks beïnvloeden. Ook indien de versnellingen en snelheden in verticale richting worden verwaarloosd, brengt een vertrokken model met drempel echter moeilijkheden met zich mede. De bodemneer wordt nl. aangedreven door turbulente schuifkrachten, waarvan de schaal van de mengweg l' moet voldoen aan verg.2b, terwijl de mengweg van de aandrijvende kracht van de randneren moet voldoen aan formule 2a.

In een vertrokken model schijnt dit niet mogelijk. Met name zal vermoedelijk de aandrijvende kracht van de bodemneer niet goed worden weergegeven, hetgeen dan weer zijn terugslag zal hebben op de randneren. Ook in het geval van een sluitgat met drempel heeft men nl. weer te doen met een in benedenstroomse richting oplopende waterspiegel. De hierdoor opgewekte verval-krachten zijn nu echter niet alléén een gevolg van de spreiding van de stroom in horizontale richting, doch ook van de spreiding in verticale richting.

De verticale spreiding (d.w.z. de bodemneer)beïnvloedt dus via het verval ook de randneren. Theoretisch kan natuurlijk ook de bodemneer op dezelfde wijze worden beïnvloed door de horizontale spreiding of wel door de randneren. Vermoedelijk is deze laatste invloed echter veelal geringer, omdat de lengte van de randneer meestal veel groter is dan die van de bodemneer. Het totale vertragsingsverval kan weer worden berekend met behulp van de gangvergelijking. Men krijgt dan:

$$(h+d)^2 - h_1^2 = \frac{2Q^2}{gB} \left[\frac{1}{Bh_1} - \frac{1}{bh_1} \right] \text{-----} (h)$$

Verder is:

$$\Delta H = h_1 + d - h_1 + \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{b^2 h_1^3} - \frac{1}{B^2 h_1^3} \right] \text{-----} (i)$$

(Voor de betekenis der gebruikte letters wordt verwezen naar fig.1).

Ook in een onvertrokken model levert de aanwezigheid van een drempel moeilijkheden op, tenzij de bodemweerstand geheel op schaal zou worden weergegeven. Is dit niet het geval, dan zal de stroomverdeling over de verticaal niet kloppen, hetgeen tot gevolg heeft dat de aandrijvende kracht van de bodemneer (waarin de term $\frac{\partial v}{\partial h}$ voorkomt) niet goed zal worden weergegeven.

Heeft de drempel flauwe taluds, dan zal natuurlijk geen bodemneer ontstaan. Op deze wijze zou dus de lengte, waarover het verdragingsverval zich uitstrekt en daarmee de randneren kunnen worden beïnvloed.

IV. Vergelijking tussen vertrokken en onvertrokken model.

- a. Zowel in een vertrokken als in een onvertrokken model kan met Froude worden gestroomd. Voor problemen, waarbij versnellingen in verticale richting geen noemenswaardige rol spelen kan dus in ieder model worden voldaan aan de eis, dat de traagheidskrachten op dezelfde schaal moeten worden weergegeven als de vervalcrachten (zie modelwet 1). Indien verticale versnellingen wél een rol spelen kan aan deze eis in een onvertrokken model wel, doch in een vertrokken model niet worden voldaan (zie modelwetten 4 en 5). Een vertrokken model is dan dus bepaald slechter dan een onvertrokken model.
- b. Zowel in een vertrokken als in een onvertrokken model kan in beginsel een diepteschaal worden gekozen, welke een voldoende groot getal van Reynolds waarborgt. Voor onvertrokken modellen leidt dit echter al gauw tot zeer grote modelafmetingen (bijv. schaal 1:50). Overweegt men om die reden een vertrokken model, dan moet zorgvuldig worden nagegaan of vertrekking wel is te verkiezen boven het aanvaarden van een kleiner getal van Reynolds. Voor bepaalde problemen zal een onvertrokken model op schaal 1:100 bepaald beter zijn dan een vertrokken model 1:50/1:100, Voor andere problemen is dit juist niet het geval.
- c. Er zijn redenen om aan te nemen, dat de aandrijvende kracht gemiddeld over de verticaal in een onvertrokken model wel goed op schaal wordt weergegeven. In hoeverre dit ook in een model met een geringe vertrekking (bijv. 1:3) het geval is, moet nog nader worden onderzocht. Voor volkomen gelijkvormigheid zou de mengweg van de aandrijvende kracht op de randneren op horizontale schaal moeten worden weergegeven (modelwet 2a), terwijl voor de aandrijvende kracht op een bodemneer zou moeten worden voldaan aan modelwet 2b.
- d. Hoewel dit in beginsel wel mogelijk is, wordt de bodem van een onvertrokken model om praktische redenen gewoonlijk niet zó glad afgewerkt, dat de weerstandskrachten op de goede schaal worden weergegeven. In een weinig vertrokken model (bijv. 1:3 en diepteschaal 1:50) kunnen de juiste weerstandskrachten echter op eenvoudige wijze worden gerealiseerd.
- e. Tenzij de bodem zeer glad wordt afgewerkt (zie sub. d) zal de snelheidsverdeling over de verticaal in een onvertrokkenmodel niet overeenkomen met die in het prototype. In een vertrokken model is dit evenmin het geval. Bij een zekere vertrekking, die afhankelijk is van het gebruikte bodemmateriaal en de diepteschaal, worden wél de weerstandskrachten, doch wordt niet de snelheidsverdeling over de verticaal goed weergegeven. Bovendien zou voor gelijkvormigheid van de snelheidsverdeling over de verticaal aan de beide modelwetten 2a en 2b tegelijkertijd moeten worden voldaan. In een vertrokken model lijkt dit niet aannemelijk.

- f. Indien het moment van maximum stroom van de getijbeweging in het prototype door middel van een permanentie wordt nagebootst, zijn zowel in een vertrokken als in een onvertrokken model afwijkingen te verwachten in de aandrijvende krachten en het verval der randneren. Deze afwijkingen worden veroorzaakt door het "permanentie-verval" en door de te geringe uitwisseling van water tussen de hoofdstroom en de neren.

Uit deze vergelijking blijkt duidelijk, dat een ideale oplossing niet mogelijk is. Vertrokken en onvertrokken modellen hebben beide vóór- en nadelen. Dit impliceert, dat geval voor geval moet worden nagegaan, welke nadelen wel en welke niet kunnen worden geaccepteerd.

Het onderlinge verband tussen de verschillende factoren mag hierbij niet uit het oog worden verloren. Zo is het bijvoorbeeld denkbaar, dat het extra weerstandsverval dat in een onvertrokken model door de te grote weerstand zal ontstaan, acceptabel is, omdat de fout weer gedeeltelijk wordt opgeheven door het permanentie-verval. Hierbij moet dan wel worden bedacht, dat de uiteindelijke afwijking die toelaatbaar kan worden geacht, moet worden bepaald door vergelijking met het verdragingsverval.

V. Schaalkeuze.

Om voor een bepaald geval tot een juiste keuze van de modelschalen te kunnen komen moet dus het volgende worden gedaan:

1. **Probleem stellen.**
Hierbij moet zorgvuldig worden nagegaan welke verschijnselen in het model moeten worden onderzocht.
2. **Het belang van de verschillende factoren, die aan de te onderzoeken verschijnselen ten grondslag liggen, onderzoeken en nagaan of de invloed van een of meer van deze factoren mag worden verwaarloosd.**
Hierbij moet o.a. worden vastgesteld:
 - a. in hoeverre snelheden en versnellingen in verticale richting een rol kunnen spelen,
 - b. in hoeverre de snelheidsverdeling over de verticaal een rol speelt,
 - c. in hoeverre de gezamenlijke invloed van het permanentieverval en het extra weerstandsverval, dat door de te grote weerstand in een onvertrokken model zou optreden, van belang kan zijn. (Om dit te beoordelen moet, behalve de beide genoemde vervallen, ook het verdragingsverval worden berekend),
 - d. in hoeverre de weerstandskrachten zelf van belang zijn (bijvoorbeeld de bodemwrijving van de neer),
 - e. in hoeverre afwijkingen in de turbulente schuifkrachten (aandrijvende krachten) kunnen worden geaccepteerd.
3. **Voor verschillende redelijke diepteschalen het getal van Reynolds berekenen.**
Deze diepteschalen moeten in ieder geval zodanig worden gekozen, dat de waterdiepte in het model voldoende groot is om met de beschikbare apparatuur te meten. (Voorbeeld: 1:50, 1:75 en 1:100).

4. Schaalkeuze.

De voor- en nadelen van verschillende schalen moeten zorgvuldig tegen elkaar worden afgewogen. In beginsel moeten hierbij alle sub. 2 en 3 genoemde factoren in beschouwing worden genomen.

Indien snelheden en versnellingen in verticale richting een rol spelen mag geen vertrekking worden toegepast. Hetzelfde geldt, indien de snelheidsverdeling over de verticaal goed moet worden weergegeven. In dat geval moet de bodem van het model bovendien zeer glad worden afgewerkt. Een vertrokken model kan ook bezwaren opleveren, indien in het model moet worden gemaneuvreerd met schepen of caissons.

Voor andere problemen kan een vertrekking worden overwogen. Daarvoor moet echter bekend zijn:

1. Welke invloed een afwijking in de weerstand op het stromingsbeeld zal hebben (o.a. via het verval op de neren bij verschillende waarden van het verdragingsverval zowel met als zonder drempel).
2. In hoeverre de aandrijvende krachten van neren in een weinig vertrokken model nog goed worden weergegeven.
3. In hoeverre de aandrijvende krachten door een permanentie goed kunnen worden weergegeven.
4. Wat de invloed is van een afwijking in de stroomverdeling over de verticaal (modelwetten 2a en 2b, of te grote weerstand).
 - a. op de ontgronding
 - b. op de aandrijvende krachten van rand- en bodemneren.
5. Hoe groot -binnen zekere grenzen- de invloed van het getal van Reynolds is.

In dit verband werd reeds opgemerkt, dat voor veel problemen een onvertrokken model 1:100 is te verkiezen boven een vertrokken model met schalen 1:50 / 1:100.

VI. Fundamenteel onderzoek.

In verband met de bovengenoemde 5 vragen werd besloten tot het bouwen van 2 modellen ten behoeve van het onderzoek betreffende de afsluiting van het Veregat, nl.:

1. een onvertrokken model op schaal 1:50
2. een vertrokken model op schaal 1:50/1:150.

Om van de mogelijkheden, die deze 2 modellen bieden ten volle profijt te kunnen trekken zal niet worden volstaan met het directe praktijk-onderzoek, dat voor de afsluiting van het Veregat noodzakelijk wordt geacht. Zo verdient het bijvoorbeeld aanbeveling om behalve de werkelijkheid (zonder drempel) ook een fictieve toestand met drempel in beide modellen na te bootsen.

Verder kan gebruik worden gemaakt van de mogelijkheid het vertrokken model een zodanige diepte te geven, dat ook kan worden gestroomd op een onvertrokken schaal 1:150.

Indien de waterdiepte dan te gering wordt om te kunnen meten kan hiervoor ook een fictieve toestand worden gekozen.

Op dezelfde wijze kan ook de mate van vertrekking gemakkelijk worden gevarieerd (bijv. 1:75/1:150). In eerste instantie zou dus het meetprogramma bijvoorbeeld het volgende kunnen omvatten:

Toestand A (prototype)

onvertrokken model 1:50
onvertrokken model 1:150
vertrokken model 1:50/1:150
vertrokken model 1:75/1:150.

Toestand B (= toestand A plus drempel)

onvertrokken model 1:50
onvertrokken model 1:150
vertrokken model 1:50/1:150
vertrokken model 1:75/1:150

Alléén voor wat betreft toestand A kunnen de uitkomsten later worden vergeleken met hetgeen in werkelijkheid is opgetreden.

Indien de waterdiepte in het onvertrokken model 1:150 te gering is, moet mogelijk nog een 3e (fictieve) toestand worden beschouwd. Het beste kan dan worden aangehouden toestand B = toestand C plus drempel.

Ten behoeve van ontgrondingsonderzoek wordt vaak met overdreven snelheden gestroomd. Teneinde een inzicht te verkrijgen in de veranderingen die het stroombeeld hierdoor bij verschillende schalen ondergaat zou men een en ander zowel met Froude als met overdreven snelheden kunnen stromen.

Uit de resultaten van een dergelijk uitgebreid meetprogramma kunnen uiteraard nuttige gegevens worden verkregen.

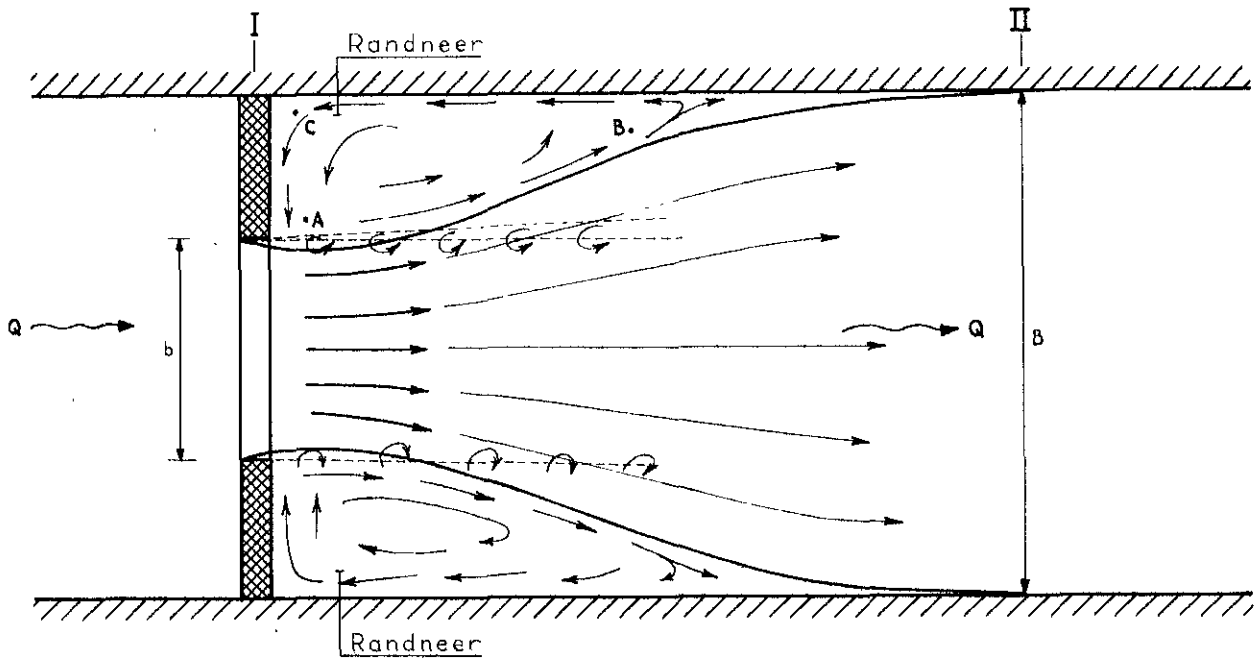
Vergelijking tussen het prototype en de onvertrokken modellen 1:50 en 1:150 geeft een indruk van de gezamenlijke invloed van een te grote weerstand, een verkeerde snelheidsverdeling over de verticaal, de permanentie en het getal van Reynolds voor 2 schalen. *)

Vergelijking tussen het prototype en de vertrokken modellen geeft een indruk van de gezamenlijke invloed van afwijkende turbulente schuifkrachten, een verkeerde stroomverdeling over de verticaal, het getal van Reynolds en de permanentie.

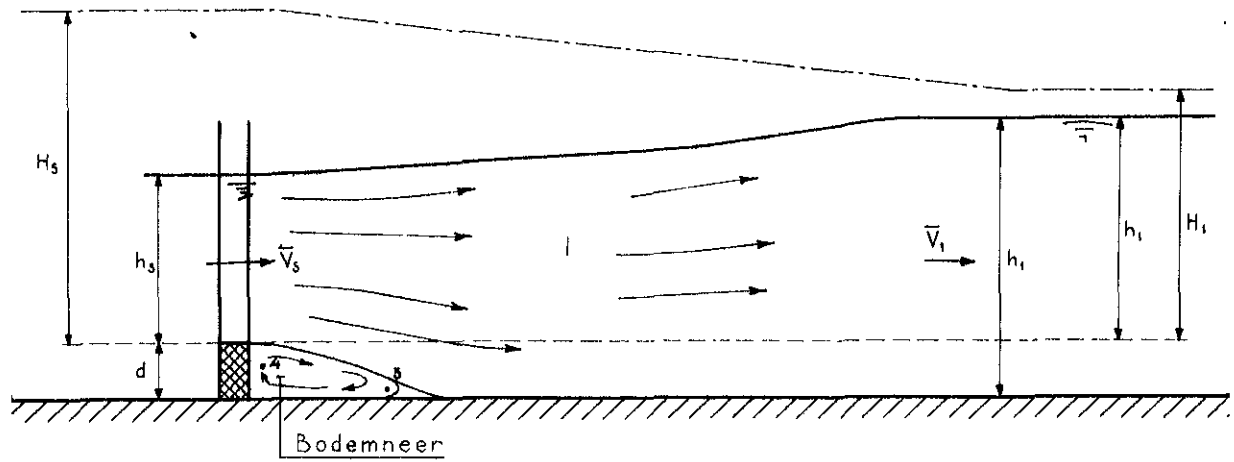
Bij toestand B wordt bovendien de invloed van versnellingen in verticale richting geïntroduceerd. Uit deze voorbeelden blijkt reeds, dat het onderzoek in beginsel nog geen uitsluitsel kan geven omtrent de invloed van ieder der factoren afzonderlijk. Mits aan het hierboven omschreven onderzoek voldoende aandacht wordt besteed, kan men echter door logisch redeneren vermoedelijk verder komen dan thans kan worden overzien.

Mocht dit tegenvallen, dan kan alsnog een uitbreiding van het onderzoek worden overwogen (bijvoorbeeld een serie proeven in een stroomgoot). In de eerste plaats komt dan een onderzoek naar de invloed van de permanentie in aanmerking.

*) Gebruikt men voor de beide onvertrokken modellen hetzelfde bodem-materiaal, dan zal niet alléén het getal van Reynolds, doch ook de weerstand verschillend zijn ($c = 18 \log \frac{12h}{K}$).



BOVEN-AANZICHT SLUITGAT



DOORSNEDE OVER SLUITGAT

Fig.1